

HEJNÉHO METODA

AB



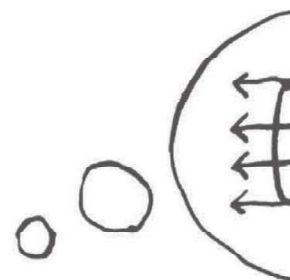
# MATE MATIKA

Příručka učitele 2. stupně  
a víceletých gymnázií



Dokud žáky ve školách nezačnou bavit technické a přírodovědné obory, budou v Česku chybět kvalifikovaní pracovníci a vědci. A bez nich ztrácíme šanci na ekonomický růst země.

Nadace Depositum Bonum, kterou založila Česká spořitelna a věnovala jí nevyzvednuté peníze ze zrušených anonymních vkladních knížek, proto podporuje učitele, kteří svůj předmět vyučují s důrazem na praktické znalosti a usilují o rozvoj dětí.



Po celém Česku jsme založili **21 regionálních center** pro učitele fyziky. Na pravidelných setkáních si učitelé zkouší nové pokusy, vyměňují zkušenosti a získávají cenné rady, jak zkvalitnit výuku.

Svou dlouhodobou podporou umožňujeme rozvoj **Hejného metody výuky matematiky** a její rozšiřování na další školy.

Jako generální partner vědomostní soutěže **Eurorebus** podporujeme vzdělávání herní formou.





**AB**

**MATE  
MATIKA**

příručka učitele

# MATEMATIKA AB

příručka učitele pro 2. stupeň ZŠ a víceletá gymnázia

**Autoři:** prof. RNDr. Milan Hejný, CSc.  
Mgr. et Mgr. Pavel Šalom  
Mgr. Jana Hanušová, Ph.D.  
doc. RNDr. Darina Jirotková, Ph.D.  
Mgr. Anna Sukniak

**Ilustrace:** MgA. Lukáš Urbánek

**Svámi praktickými zkušenostmi z ověřování učebnic do příručky přispěli:**

Mgr. Anna Antonová, Mgr. Lenka Beranová, Ph.D., PhDr. Hana Bretfeldová, Ph.D.,  
Mgr. Petra Dvořáková, Mgr. Kateřina Eichlerová, Mgr. Martina Hálová,  
Mgr. Hynek Humlíček, Mgr. Milan Chalupník, Mgr. Hana Kubová, Mgr. Hana Kotíková,  
Mgr. Jitka Linhartová, Mgr. Jitka Němcová, RNDr. Eva Nováková, Emília  
Raszyková, Mgr. Jaroslav Semorád, Mgr. Eva Slezáková, Mgr. Václav Strnad, Mgr.  
Lenka Vopálková, Mgr. Daniel Vybíral, Mgr. Jan Zapletal, Mgr. Milena Zapletalová

**Odpovědný redaktor:** Mgr. et Mgr. Pavel Šalom

**Technický redaktor:** Mgr. Jan Šedo

**Návrhy obálky:** MgA. Silvie Klempererová s použitím ilustrace Lukáše Urbánka

**Grafická úprava:** Olga Matulová

**Sazba:** Olga Matulová

**Jazyková korektura:** Mgr. Jaroslava Frňková, Ph.D., Mgr. Kateřina Kovaljová

**Součásti díla:** Matematika A – učebnice ISBN 978-80-905756-0-8

Matematika B – učebnice ISBN 978-80-905756-1-5

Matematika AB – příručka učitele ISBN 978-80-905756-2-2

**Doložka MŠMT:** Učebnice A a B schválilo MŠMT č. j.: MSMT-21 878/2015 dne 17. září 2015 k zařazení do seznamu učebnic pro základní vzdělávání jako součást ucelené řady učebnic pro vzdělávací obor Matematika a její aplikace s dobou platnosti šest let.

**Vydala:** H-mat, o. p. s., Magdalény Rettigové 47/4, 110 00 Praha 1, www.h-mat.cz

**Tiskárna:** POLYGOS print, s. r. o., Praha  
Printed in the Czech Republic

**Výhrada práv:** Všechna práva vyhrazena.

Reprodukce a rozšiřování díla nebo jeho částí jakýmkoli způsobem jsou bez písemného souhlasu nakladatele zakázány, s výjimkou případů zákonem výslovně povolených.

© H-mat, o. p. s., Praha 2015

1. vydání  
ISBN 978-80-905756-2-2

# OBSAH

Představení autorů .....	4
Úvod .....	7
Koncepce řady učebnic matematiky pro 2. stupeň .....	11
Očekávané výstupy dle RVP ZV pro 2. stupeň .....	18
Popis učiva a činností k výstupům dle RVP ZV v dílech A + B .....	26
Časově tematické plány .....	34
Cíle jednotlivých prostředí .....	37

## DÍL A

Ochutnávka .....	46
Rozjezdy – zlomky .....	52
Rozjezdy – desetinná čísla .....	56
Krychlová tělesa I .....	60
Mince .....	62
Egyptské dělení chlebů I .....	64
Dřívka I .....	66
Šipkové grafy I .....	68
Desetinná čísla .....	71
Součtové trojúhelníky .....	74
Krokování I .....	77
Dřívka II .....	80
Rovnice .....	81
Krychlová tělesa .....	83
Parkety .....	86
Zlomky I .....	89
Sousedé .....	92
Indické násobení .....	94
Tabulka 100 .....	96
Mříž I .....	98
Pavučiny .....	100
Autobus .....	102
Egyptské dělení II .....	104
Origami .....	105
Krokování II .....	108
Mříž II .....	110
Váhy .....	113
Číselná osa .....	115
Součtinové čtverce .....	117
Mříž III .....	119
Šipkové grafy II .....	122
Zlomky II .....	123

## DÍL B

Úhel I .....	126
Vennovy diagramy .....	128
Desetinná čísla .....	130
Obsah I .....	131
Konstrukce .....	132
Schody .....	134
Obsah II .....	136
Mříž .....	138
Autobus .....	142
Objem .....	144
Dělitelnost I .....	146
Obsah III .....	149
Dělitelnost II .....	151
Rodina .....	153
Funkce .....	155
Tabulka 100 .....	157
Kombinatorika .....	159
Sítě .....	160
Racionální čísla I .....	162
Dělitelnost III .....	163
Procenta I .....	165
Algebrogramy .....	167
Racionální čísla II .....	168
Osová souměrnost .....	169
Procenta II .....	173
Dělitelnost IV .....	175
Prvočísla .....	176
Číselná osa .....	178
Rovnice .....	180
Dělitelnost V .....	182
Zlomky .....	184
Středová souměrnost .....	186
Racionální čísla III .....	190
Úhel II .....	192
Dělitelnost VI .....	194
Trojúhelník .....	196
Kopírovatelné předlohy .....	199
Rejstřík .....	211



### **Prof. RNDr. Milan Hejný, CSc.**

Hlavním autorem učebnic i příručky učitele je Milan Hejný, syn Víta Hejného, který položil základy přístupu k výuce orientované na budování schémat v matematice, což je dnes známo jako „Hejného metoda“. Studoval na MFF UK v Praze a v roce 1993 mu byl na Univerzitě Karlově v Praze udělen titul profesor. Působil na ČVUT v Praze, VŠD v Žilině, MFF v Bratislavě. Působil jako hostující profesor na Concordia University v Montrealu v Kanadě a Central Michigan University v Mount Pleasant v USA. Od roku 1991 působí na Katedře matematiky a didaktiky matematiky na PedF UK v Praze. Řadu let experimentálně vyučoval matematiku na ZŠ a mnozí jeho žáci jsou dnes úspěšní v různých oblastech lidské činnosti u nás, v Evropě i zámoří. V devadesátých letech byl náměstkem slovenského ministra školství. Je autorem řady knih, vědeckých studií a učebnic, členem významných mezinárodních vědeckých výborů a rad. V roce 2010 mu byla udělena Medaile Ministerstva školství, mládeže a tělovýchovy 1. stupně. V roce 2013 založil se svojí vnučkou Annou Sukniak obecně prospěšnou společnost H-mat, která rozvíjí a šíří výuku orientovanou na budování schémat v matematice.



### **Mgr. et Mgr. Pavel Šalom**

Hlavním spoluautorem učebnic je Pavel Šalom. Absolvent MFF UK v Praze oborů Učitelství matematiky pro SŠ a Matematické modelování. Vedl matematický klub pro žáky 6. až 9. tříd a vyučoval matematický seminář na gymnáziu PORG. Působí pravidelně jako instruktor a odborný asistent na letních matematických soustředěních AwesomeMath v USA pro talentované žáky ve věku 12 až 16 let na University of Texas at Dallas; Cornell University, New York; University of California, Santa Cruz. V průběhu vysokoškolských studií organizoval korespondenční seminář MKS a příležitostně vypomáhá Matematické olympiádě. Experimentálně vyučoval na základní škole a je v úzkém kontaktu s 21 učiteli, kteří učebnice ověřují. Je zároveň redaktorem učebnice i příručky pro učitele.



### **Mgr. Jana Hanušová, Ph. D.**

Absolventka MFF UK v Praze oboru matematika – fyzika a doktorského studia oboru didaktika matematiky na PedF UK v Praze. 13 let učila na Střední ekonomické škole v Mladé Boleslavi a 25 let na víceletém gymnáziu v Mnichově Hradišti. Po dobu 20 let organizuje každoročně týdenní matematický tábor pro děti se zájmem o matematiku. 21 let vede semináře a pracovní dílny pro učitele matematiky pro ZDVPP a SSŠ v Mladé Boleslavi.

V H-mat, o. p. s., je hlavní lektorkou pro 2. stupeň ZŠ.



### **Doc. RNDr. Darina Jirotková, Ph.D.**

Absolventka MFF UK v Praze oboru matematika – deskriptivní geometrie, kde získala i titul RNDr. Doktorské studium absolvovala na PedF UK v Praze v oboru didaktika matematiky, kde obdržela i titul Doc. Od roku 1976 působí na Katedře matematiky a didaktiky matematiky na PedF UK v Praze. Koordinovala a řešila mnoho výzkumných i aplikačních projektů národních i mezinárodních. Organizovala a jako lektorka působila na 11 mezinárodních kurzech. Pravidelně se aktivně účastní významných mezinárodních i národních konferencí. V H-mat, o. p. s., je hlavním odborným garantem pro 1. stupeň ZŠ.



### **Mgr. Anna Sukniak**

Absolventka Pedf UK v Praze oboru matematika. Vyučuje ve škole pro nadané děti Cesta k úspěchu, 3. rokem zde také vede matematický kroužek. Absolvovala kurz diagnostiky matematických schopností u dětí v předškolním a raně školním věku Edyty Gruszczyk-Kolczyńské v Polsku. Opakovaně působila jako lektor na letní škole Pytagoras na Slovensku. Rozvíjí spolupráci s pedagogy z Polska, kam jezdí přednášet. Podílela se na příspěvcích na národních i mezinárodních konferencích. Spolu s Milanem Hejným založila v roce 2013 obecně prospěšnou společnost H-mat, která rozvíjí a šíří výuku orientovanou na budování schémat v matematice.

*„Učitel, který se prochází mezi svými žáky ve stínu chrámu,  
nedává ani tak ze své moudrosti jako spíše ze své víry a láskyplnosti.  
Je-li opravdu moudrý, nevyzývá vás, abyste vstoupili do příbytku jeho moudrosti,  
ale spíše vás vede k prahu vašeho vlastního myšlení.“*

Chalíl Džibrán



## Organizace učebnice

Učebnice, kterou otvíráte, se od klasických učebnic v mnohém liší. Učitelé si zajisté hned povšimnou, že nikde není žádný výklad a že učebnice nabízí pouze úlohy. Na začátku kapitol je nadpis, který označuje hlavní téma, k němuž se úlohy vztahují. Řešením úloh žáci získávají zkušenosti, které je vedou k poznávání nových matematických pojmů a souvislostí. Poznatky vycházející z vlastní zkušenosti není prázdným pojmem. Nestává se pak, že by žáci naučené věci tak často zapomínali. Spíše se naopak stává, že po jisté době žáci do daného učiva vidí dokonce lépe než v době, kdy se probíralo. Je to proto, že při probírání se ve vědomí žáka vytvořily nové pojmy a spoje a tyto se pak přirozeně dále „domestikovaly“ v existující struktuře jeho znalostí.

Na některých stranách najdete kromě úloh vztahujících se k hlavnímu tématu i úlohy s odlišnou tematikou. Ty umožňují činnosti v hodinách střídat a zabránit monotónnosti výuky. Zároveň jsou to často úlohy, které buď žáky připravují na další téma, nebo navazují na již probrané, ale ukazují v něm nové souvislosti. Proto není vhodné tyto úlohy zcela vynechávat. Některé úlohy jsou náročnější, a proto se nemusejí probírat s celou třídou. Jsou vhodné pro rozvíjení nadaných žáků, případně pro gymnaziální třídy. V této příručce najdete k úlohám poznámky, které pro vás budou vodítkem při rozhodování, kterým žákům dát které úlohy.

mezera Jestliže učitel při hodinách respektuje vlastní postupy a tempo jednotlivých žáků, velice často potřebuje zaměstnat další činnosti žáky, kteří mají zadané úlohy již vyřešené, a naopak jiní žáci ještě potřebují na úlohy delší čas. Učebnice se snaží umožnit potřebnou diferenciaci pomocí:

- rozdělení některých úloh na části a), b), c) atd.;
- úloh přidáných k hlavnímu tématu na konci některých stran;
- úloh, které není nutné dělat s celou třídou (ty nejsou v učebnici označeny, ale jsou okomentovány v této příručce).

Ve srovnání s klasickými učebnicemi se obsahové uspořádání učebnice jeví na první pohled jako neuspořádané. Skáče se od jednoho tématu k druhému.

Například zlomkům se věnuje strana 21, objeví se na straně 32, dále se jim věnují strany 44 a 45 a najdete je ještě na dalších a dalších stranách. Někteří učitelé upřednostňují probrat celé téma najednou. Zdá se jim, že si tak žáci učivo lépe osvojí a zapamatují. Autoři této učebnice ale zvolili jiný postup, který lépe odpovídá tomu, jakým způsobem se děti novým poznatkům nejnáze učí. Úlohy v učebnici jsou uspořádány tak, aby se žáci s daným pojmem setkávali postupně po dávkách, opakovaně s určitým odstupem a aby nové zkušenosti a nabyté poznatky mohli v klidu zpracovat. Pro děti jsou vyvozené poznatky většinou úplně nové, a proto se jejich mozek unaví mnohem dříve než mozek učitele a potřebuje změnu tématu či změnu činnosti. Při probírání celého tématu najednou dochází k přečerpání kognitivní kapacity dítěte, především u slabších žáků. Snad každý z nás někdy během krátké doby, například na poznávacím zájezdu, navštívil několik hradů a zámků v jednom dni. Vzpomeňte si, jak postupně váš mozek vypínal a vy jste přestávali vnímat výklad průvodce. Na čtvrtém hradu v pořadí vás už téměř nic nebavilo. Pokud navštívíte jeden hrad a za delší čas zase jiný, uchováte v paměti mnohem více informací a mnohem lépe si celou návštěvu užijete.

## Úrovně obtížnosti

Většina úloh v učebnici má více částí – podúloh a), b), c), někdy i více, například a) až e). Tyto části vycházejí ze stejné úvodní situace, ale nenavazují na sebe. Mají stupňovanou obtížnost, a tím žáci postupně nabývají zkušenosti. Nejjednodušší je část a), nejobtížnější část poslední – například e). Zdůrazňujeme, že jednotlivé části – podúlohy – fungují v celé učebnici jako samostatné úlohy (až na několik málo výjimek, které vždy zmíníme). Na toto je třeba žáky upozornit. Například hned v první úloze s dřívky se v každé části vychází z původního obrázku nakresleného v učebnici. Nedorozuměním by bylo, pokud bychom v části b) pracovali s obrázkem, který vznikl vyřešením části a).

Žáci si mohou sami volit obtížnost a řešit jen některé z nabízených variant. Nemusejí všichni stihnout všechno. Někdo vyřeší a) až e), pomalejší žáci stihnou jen a) či b) a je to úplně v pořádku. Většinou rychlí žáci řeší všechny

# Očekávané výstupy dle RVP ZV pro 2. stupeň

Očekávané výstupy RVP ZV

Naše očekávané výstupy

Výstupy, kompetence

díly A + B

## ČÍSLO A PROMĚNNÁ

### M-9-1-01

provádí početní operace v oboru celých a racionálních čísel; užívá ve výpočtech druhou mocninu a odmocninu

Provádí početní operace s celými čísly, vyhledá a určí nejmenší a největší prvek, rozlišuje idiomy o  $n$  větší/menší,  $n$ -krát větší/menší, sčítá kmenové zlomky, sčítá a odčítá desetinná čísla (desetiny, setiny). Základní operace realizuje mentálně, písemně i kalkulaátorem.

### M-9-1-02

zaokrouhuje a provádí odhady s danou přesností, účelně využívá kalkulaátor

Při výpočtech zaokrouhuje, provádí odhady (sémantické i strukturální týkající se jedné operace). Účelně využívá kalkulaátor (například při dělení, dělení se zbytkem).

### M-9-1-03

modeluje a řeší situace s využitím dělitelnosti v oboru přirozených čísel

Pracuje s pojmy sudé/liché číslo, prvočíslo, číslo složené, násobek, nejmenší společný násobek, dělitel, největší společný dělitel, rozkládá přirozené číslo na součin, získává zkušenosti s  $n$ -cifernými čísly, s ciferným součtem (propedeutika pojmu rozvinutý zápis).

### M-9-1-04

užívá různé způsoby kvantitativního vyjádření vztahu celek – část (přirozeným číslem, poměrem, zlomkem, desetinným číslem, procentem)

Užívá desetinná čísla, kmenové zlomky – sčítá a odčítá kmenové zlomky (zejména se jmenovatelem menším než 13 a se jmenovatelem 60, 100), krátí a rozšiřuje zlomky, znázorňuje zlomky a desetinná čísla na číselné ose, používá pojmy procento, počet procent, základ.

### M-9-1-05

řeší modelování a výpočet situace vyjádřené poměrem; pracuje s měřítky map a plánů

Získává zkušenosti s poměrem, modeluje situace s využitím poměru, připravuje se na porozumění pojmu měřítko.

### M-9-1-06

řeší aplikační úlohy na procenta (i pro případ, že procentová část je větší než celek)

Řeší aplikované úlohy na procenta – určení počtu procent, základu, procentové části.

### M-9-1-07

matematizuje jednoduché reálné situace s využitím proměnných; určí hodnotu výrazu, sčítá a násobí mnohočleny, provádí rozklad mnohočlenu na součin pomocí vzorců a vytýkáním

Matematizuje jednoduché reálné situace s využitím proměnné v prostředí Krokování, Šipkových grafů, Součtových trojúhelníků, Součtinových čtverců, Vah, Autobusu, Egyptského dělení, ve slovních úlohách.

## Naše očekávané výstupy

### díly C + D

Čte a užívá zápis čísla římskými číslicemi, řeší úlohy s důrazem na logiku římských zápisů. Zapiše číslo rozvinutým zápisem do řádu desetitisíců. Uspořádá množinu celých i racionálních čísel. Krátí/rozšiřuje zlomky, sčítá a odčítá zlomky a desetinná čísla, násobí zlomky i desetinná čísla, dělí desetinné číslo desetinným číslem. Užívá  $n$ -tou mocninou, druhou odmocninou. Provádí výpočty s mocninami. Převádí jednotky (obsah, objem, rychlost).

Zaokrouhluje, provádí odhady (sémantické i strukturální týkající se výrazů s více operacemi). Účelně využívá kalkulátor (například při práci s racionálními čísly).

Odhaluje a používá kritéria dělitelnosti 3, 4, 9, řeší úlohy s propedeutikou dělitelnosti 6, 8, 11, 12. Pro nalezení nejmenšího společného násobku a největšího společného dělitele používá prvočíselný rozklad.

Používá desetinná čísla (tisíciny až miliontiny), periodická čísla, periodu, předperiodu, zlomky (s dvoucifernými a trojcifernými jmenovateli), složený zlomek, smíšené číslo, převrácené číslo, záporný zlomek. Zmíněná čísla umísťuje na číselnou osu, vyjádří číslo opačné. Intuitivně pracuje s číslem iracionálním. Pracuje s číselnými výrazy. Řeší úlohy na procenta, procentovou část, promile, úrokování.

Dělí celek v daném poměru. Pracuje s měřítky map a plánů. Používá trojčlenku.

Řeší aplikační úlohy na procenta (i pro případ, že procentová část je větší než celek), řeší úlohy o opakovaných slevách a zdraženích v procentech.

Používá písmeno jako: obecné číslo, proměnnou, neznámou. Využívá jazyk algebry k řešení úloh. Cíleně provádí úpravy jednodušších algebraických výrazů (vytýkání, roznásobování), ekvivalentní úpravy (druhá mocnina dvojčlenu, rozdíl druhých mocnin). Rozlišuje dvojčlen, trojčlen.

### díly E + F

Užívá rozvinutý zápis čísla v desítkové soustavě. Porovnává reálná čísla. Užívá ve výpočtech druhou a třetí mocninou a odmocninou. Sčítá, odčítá, násobí a dělí zlomky a desetinná čísla, počítá s odmocninami. Provádí aproximaci čísla druhá odmocnina ze dvou.

Provádí řádové odhady (propedeutika limity). Účelně využívá kalkulátor při výpočtech s reálnými čísly.

Odhaluje a používá kritéria dělitelnosti 6, 8, 11, 12. Využívá prvočíselný rozklad pro nalezení nejmenšího společného násobku a největšího společného dělitele více čísel. Seznamuje se s Euklidovým algoritmem.

Reálná čísla umísťuje na číselnou osu.

Pracuje s mnohočleny, provádí cílené úpravy algebraických výrazů (i dělení trojčlenu dvojčlenem), upravuje kvadratický trojčlen na čtverec.

### díl G

Používá desetinnou část čísla. Pracuje s  $n$ -tou odmocninou. Provádí aproximaci iracionálních čísel. Dokazuje iracionalitu některých čísel. Řeší úlohy na posloupnosti – například Fibonacciho posloupnost. Vyjadřuje odmocniny pomocí mocnin s racionálním mocnitelem.

Účelně využívá kalkulátor.

Seznamuje se s problematikou zlatého řezu.

# Popis učiva a činností k výstupům dle RVP ZV v dílech A + B

Výstupy, kompetence RVP ZV

Naše očekávané výstupy – díly A + B

## ČÍSLO A PROMĚNNÁ

### M-9-1-01

provádí početní operace v oboru celých a racionálních čísel; užívá ve výpočtech druhou mocninu a odmocninu

Provádí početní operace s celými čísly, vyhledá a určí nejmenší a největší prvek, rozlišuje idiomy o  $n$  větší/menší,  $n$ -krát větší/menší, sčítá kmenové zlomky, sčítá a odčítá desetinná čísla (desetiny, setiny). Základní operace realizuje mentálně, písemně i kalkulaátorem.

### M-9-1-02

zaokrouhuje a provádí odhady s danou přesností, účelně využívá kalkulaátor

Při výpočtech zaokrouhuje, provádí odhady (sémantické i strukturální týkající se jedné operace). Účelně využívá kalkulaátor (například při dělení, dělení se zbytkem).

### M-9-1-03

modeluje a řeší situace s využitím dělitelnosti v oboru přirozených čísel

Užívá desetinná čísla, kmenové zlomky – sčítá a odčítá kmenové zlomky (zejména se jmenovatelem menším než 13 a se jmenovatelem 60, 100), krátí a rozšiřuje zlomky, znázorňuje zlomky a desetinná čísla na číselné ose, používá pojmy procento, počet procent, základ.

### M-9-1-04

užívá různé způsoby kvantitativního vyjádření vztahu celek – část (přirozeným číslem, poměrem, zlomkem, desetinným číslem, procentem)

Užívá desetinná čísla, kmenové zlomky – sčítá a odčítá kmenové zlomky (zejména se jmenovatelem menším než 13 a se jmenovatelem 60, 100), krátí a rozšiřuje zlomky, znázorňuje zlomky a desetinná čísla na číselné ose, používá pojmy procento, počet procent, základ.

### M-9-1-05

řeší modelováním a výpočtem situace vyjádřené poměrem; pracuje s měřítky map a plánů

Získává zkušenosti s poměrem, modeluje situace s využitím poměru, připravuje se na porozumění pojmu měřítko.

### M-9-1-06

řeší aplikační úlohy na procenta (i pro případ, že procentová část je větší než celek)

Řeší aplikované úlohy na procenta – určení počtu procent, základu, procentové části.

### M-9-1-07

matematizuje jednoduché reálné situace s využitím proměnných; určí hodnotu výrazu, sčítá a násobí mnohočleny, provádí rozklad mnohočlenu na součin pomocí vzorců a vytýkáním

Matematizuje jednoduché reálné situace s využitím proměnné v prostředí Krokování, Šipkových grafů, Součtových trojúhelníků, Součtinových čtverců, Vah, Egyptského dělení, ve slovních úlohách.

## Názvy tematických celků, popis učiva

## Činnosti typické pro rozvíjení a ověřování dosažených výstupů

Ochutnávka (hadi, součtové trojúhelníky, slovní úlohy, hvězdičkogramy). Desetinná čísla. Šipkové grafy. Součtové trojúhelníky. Krokování (sčítání a odčítání celých čísel). Indické násobení. Tabulka 100. Pavučiny. Součtinové čtverce. Racionální čísla. Algebrogramy. Rovnice. Zlomky. Sousedé. Autobus. Egypťské dělení. Váhy.

Žák řeší hady, součtové trojúhelníky, hvězdičkogramy v oboru přirozených čísel, provádí číselné operace, používá logickou úvahu, kombinuje. Při zavádění desetinných čísel se opírá o zkušenost, vychází z měření veličin. Nejprve pracuje s veličinami, pak s nepojmenovanými čísly. Mentálně provádí četné početní operace sčítání a násobení pro nalezení řešení šipkových grafů. Při řešení součtových trojúhelníků sčítá a odčítá celá čísla, desetinná čísla. Modeluje pomocí šipek sčítání a odčítání celých čísel. Násobí a dělí čísla přirozená i desetinná.

Desetinná čísla. Součtové trojúhelníky. Procenta. Indické násobení.

Používá kalkulačtor při porovnávání desetinných čísel a zlomků. Provádí odhady výsledků při hledání řešení součtových trojúhelníků.

Desetinná čísla (porovnávání, umístění na číselné ose). Parkety (dělitel, násobek, propedeutika dělení se zbytkem). Součtinové čtverce (rozklad čísla na součin). Dělitelnost (dělelní se zbytkem, dělitel, násobek, výroky o dělitelnosti, ciferný součet). Tabulka 100 (věty o dělitelnosti výrazů). Indické násobení (neúplně zadané tabulky). Váhy. Prvočísla (číslo složené, prvočíslo, Eratosthénovo síto). Největší společný dělitel. Nejmenší společný násobek.

Porovnává desetinná čísla a zlomky, umísťuje je na číselné ose. Rozhoduje o možnostech pokrytí čtverce parketami tvaru růžku, elka, mona. Pro nalezení řešení součtinového čtverce rozkládá čísla na součin. Provádí dělení se zbytkem, doplňuje chybějící čísla v zápisech. Rozhoduje o pravdivosti výroků o dělitelnosti, obhajuje, dokazuje svá tvrzení. Zkoumá dělitelnost číselných výrazů ve stovkové tabulce, vyslovuje a ověřuje hypotézy. Určuje ciferné součty dvojmístných a trojmístných čísel, testuje jejich dělitelnost. Určuje čísla složená, hledá prvočísla, v praktických úlohách určuje největší společný dělitel, nejmenší společný násobek.

Rozjezdy o zlomcích (různé modely zlomků, dělení celku na části, slovní úlohy, zlomková zeď). Desetinná čísla. Zlomky (statické i dynamické modely, ciferník, kruhová výseč, středový úhel, rozšiřování a krácení zlomků). Číselná osa (umístění zlomků a desetinných čísel na číselné ose, intervaly). Obsahy.

Používá různé modely ke znázornění zlomků (provázek, tyč, čokoládu, kachlíky, úsečku, čtverec, kruh, ciferník, množiny objektů). Vyjadřuje minuty zlomkem jako části hodiny, kruhové výseče charakterizuje středovým úhlem i zlomkem. Pracuje s měřítkem, doplňuje chybějící rysky. Znázorňuje zlomky a desetinná čísla na číselné ose. Umísťuje zlomky i desetinná čísla do intervalů. Rozšiřuje a krátí zlomky. Sčítá, odčítá, násobí a dělí desetinná čísla.

Dřívka. Obsahy. Origami. Mříž.

Modeluje podobné útvary, počítá jejich obvody a obsahy. Měří délky úseček v různých mřížích (1 cm, 2 cm, 0,7 cm).

Procenta (praktické úlohy ze života, slevy, pojem procento, opakované slevy, výpočty se změnou základu).

Diskutuje o nápisech s procenty. Určuje ceny po slevách nebo zdražení, hodnotu slevy, procenta slev. Řeší úlohy na opakované zlevnění, určuje změny ceny.

Krokování (šipkové rovnice, odčítání závorky). Tabulka 100. Pavučiny. Číselná osa (umístění neznámého čísla).

Hledaný počet kroků v prázdném políčku označuje písmenem jako hledanou neznámou hodnotu. Krokují s otočkou (používá povel čelem vzad). Odčítá výrazy v závorce. Určuje hodnotu cesty ve stovkové tabulce, hodnotu výrazu pro danou hodnotu proměnné. Dosazuje různá vstupní čísla do pavučiny a vyhodnocuje změnu dalších parametrů. Používá písmena k označení neznámého čísla, vyznačuje jeho obraz na číselné ose. Hledá další číslo v řadě a popisuje závislost.

### Tematické plány pro 6. ročník ZŠ a primy osmiletých gymnázií

Jsme si vědomi toho, že na některých školách jsou vedením školy tematické plány vyžadovány, proto jsme se rozhodli dva plány vypracovat pro ulehčení vaší situace.

Jeden předpokládá využití v průběhu druhého stupně pouze díly učebnic A-F, ve kterých jsou pokryty základní požadavky RVP. Ten je určený pro školy, které mají třeba menší časovou dotaci pro hodiny matematiky a také pro učitele, kteří s Hejného metodou začínají.

Druhý předpokládá využití i učebnice G a je tak určen pro školy s větší hodinovou dotací pro matematiku, matematické třídy a víceletá gymnázia.

V žádném případě by neměly být pro vás svazující, jedná se pouze o odhad. S ohledem na principy naší metody upřednostňujeme individuální přístup k dětem před „odškrtáváním“ splněných položek v plánu. Může se stát, že právě vaše třída nebude plán naplňovat, ale rozložení učiva vždy přizpůsobte žákům. Žáci mají své tempo objevování matematiky a žádný plán ho nemůže urychlit.

Zopakujeme zde přirovnání ke květině. Pokud si před tím, než květinu zasadíte, naplánujete, jak kdy bude vysoká a když poté v daný den nevyroste podle plánu a vy ji povytáhnete, je zřejmé, jak to dopadne.

Můžete plán „předbíhat“, můžete být i pozadu. Zpoždění lze očekávat ve třídách, kdy s metodou začínají žáci, případně i učitel. Na jiný způsob práce je potřeba si zvykat a to nějakou dobu trvá. V některých pilotních třídách trval přechod téměř celé první pololetí. Žáci se museli naučit vybírat si přiměřené úlohy, pracovat ve skupinách, argumentovat při diskuzích i naslouchat spolužákům. Pro začínající učitele je velmi náročná individualizace výuky, naučit se dát čas a prostor žákovskému objevování a „pouze“ koordinovat diskuze.

Elektronickou verzi plánů najdete na diskuzním fóru na [skola.h-mat.cz](http://skola.h-mat.cz).

ČASOVÝ PLÁN rychlejší tempo	ČASOVÝ PLÁN běžné tempo	PROBÍRANÁ TÉMATA	UČEBNICE	PŘÍRUČKA UČITELE	
září	září	Ochutnávka	<b>díl A 5</b>	46	
		Rozjezdy – zlomky	8	52	
	říjen	Rozjezdy – desetinná čísla	13	56	
		Krychlová tělesa	17	60	
říjen		Mince	19	62	
		Egyptské dělení chlebů	21	64	
		Dřívka I	23	66	
		Šipkové grafy I	25	68	
	listopad	Desetinná čísla	27	71	
	<i>písemná práce</i>	Součtové trojúhelníky	30	74	
		Krokování I	33	77	
		Dřívka II	36	80	
listopad		Rovnice	37	81	
		prosinec	Krychlová tělesa	39	83
			Parkety	42	86
	<i>písemná práce</i>	Zlomky I	44	89	
		Sousedé	46	92	
		Indické násobení	48	94	
		leden	Tabulka 100	50	96
<i>písemná práce</i>	Mříž I	52	98		
prosinec		Pavučiny	54	100	
		Autobus	56	102	
		Egyptské dělení	58	104	
	únor	Origami	59	105	
		Krokování II	61	108	
leden		Mříž II	64	110	
		Váhy	67	113	
<i>písemná práce</i>	březen	Číselná osa	69	115	
		Součtinové čtverce	71	117	
		Mříž III	73	119	
		Šipkové grafy II	75	122	
		Zlomky II	77	123	

## Cíle jednotlivých prostředí

Didaktická matematická prostředí, do nichž je matematika druhého stupně rozložena, byla z velké části zavedena již v našich učebnicích pro první stupeň. Některá prostředí z prvního stupně se na druhém stupni již neobjeví (například Biland, Barevné trojice, Střelba na cíl), ale objeví se jiná nová.

Matematika se na prvním stupni opírala o životní zkušenosti žáků, a proto hrála sémantická prostředí tak dominantní úlohu. Na druhém stupni mají žáci již mnoho matematických zkušeností, proto se těžiště výuky přesouvá do strukturálního prostředí. Objevují se zde prostředí jako Zlomek, Racionální číslo nebo Středová souměrnost, jejichž názvy se kryjí s názvy tradičních matematických celků. Rozdíl mezi tradičním výukovým celkem a didaktickým prostředím stejného jména spočívá v tom, že didaktické prostředí nepoučuje žáka, nedává mu žádná tvrzení nebo vzorečky, ale metodou gradování úloh vede žáky k objevům těchto zákonitostí.

Průřezové jsou zde dvě matematické oblasti, které postupují téměř všemi prostředími. Jsou to:

- jazyk písmen jako nástroj práce se soubory jevů (tedy počátky algebry),
- zvyšování abstrakce a přesnosti úvah samotného jazyka (tedy precizace termínů a argumentace).

U obou průřezových oblastí dochází ke značné diferenciaci mezi žáky matematicky nejslabšími a nejvyspělejšími. To klade na učitele vysoké nároky z hlediska diferenciace výuky.

U každého prostředí uvádíme jeho didaktický potenciál rozdělený do tří následujících složek.

### Porozumění

Objev (nového pojmu, vztahu, procesu nebo situace), který udělá jeden nebo dva žáci, si postupně osvojí i celá třída. Řešením série gradovaných úloh se žáci zdokonalují v zacházení s novou myšlenkou. Tu zvládají nikoli pouze na úrovni návodu, ale rovněž i na úrovni porozumění.







### Seznámení

Žáci se seznamují s novým slovem, znakem nebo idiomem a dále také s novým pohledem, jazykem nebo způsobem uchopení jevu. Zde častěji přichází impulz z učebnice nebo od učitele, ale další oblasti zpracovává žák již zcela sám.

### Propedeutika

Propedeutika budoucí myšlenky (pojmu, vztahu, procesu nebo situace) znamená, že žák získává často jen dílčí zkušenosti, které mu později umožní komplexnější a hlubší poznání.



Prostředí	Porozumění	Seznámení se s	Propedeutika
<b>Algebrogramy a hvězdičogramy</b> 	<ul style="list-style-type: none"> <li>číslo zapsanému v desítkové soustavě a operacím s tímto číslem</li> <li>číslo zapsanému v dvojkové, pětkové i jiné soustavě a operacím s tímto číslem</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>se způsobem rozkladu čísla na „součet řádů“ (<math>483 = 4 \cdot 100 + 8 \cdot 10 + 3</math>)</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>dělitelnosti, zejména dělitelnosti čísla 3 a 9</li> <li>kombinatoriky</li> </ul>
<b>Autobus</b> 	<ul style="list-style-type: none"> <li>vazbám mezi čísly vyjadřujícími stavy a čísly vyjadřujícími změnu</li> <li>dohledávání scházějících dat na základě známých vazeb</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>s tabulkou jako nástrojem pro záznam dat procesu</li> <li>s harmonogramem jako dalším nástrojem pro záznam dat procesu</li> <li>s prací s daty uvedenými v tabulce a harmonogramu</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>trojčlenky</li> <li>optimalizace procesu</li> </ul>
<b>Číselná osa</b> 	<ul style="list-style-type: none"> <li>strukturu číselné osy</li> <li>propojení aritmetiky a geometrie na úrovni 1D</li> <li>vztahu mezi souřadnicovou a geometrickou (v cm) vzdáleností dvou bodů souřadnicové osy</li> <li>zaokrouhlování</li> <li>odhadování</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>s pojmy <i>číselná osa, souřadnice, absolutní hodnota, zaokrouhlování, interval (uzavřený a otevřený), vážený aritmetický průměr</i></li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>souřadnicové soustavy v 2D i 3D</li> <li>parametrických rovnic</li> <li>aritmetické a geometrické posloupnosti</li> </ul>
<b>Čísla celá</b> 	<ul style="list-style-type: none"> <li>zápisu celých čísel v desítkové soustavě</li> <li>zápisu přirozených čísel v dvojkové, pětkové, ... soustavě</li> <li>mentálním i písemným operacím sčítání, odčítání a násobení</li> <li>stejně porozumění operacím v dvojkové, pětkové, ... soustavě</li> <li>relaci uspořádání</li> <li>operaci zaokrouhlování na desítky, stovky, ...</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>s pojmy <i>celé číslo, přirozené číslo, záporné číslo, větší než / menší než, hned před a hned za</i></li> <li>pojmy <i>první desítka, druhá desítka, ...</i></li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>čísel racionálních a reálných</li> <li>limity</li> </ul>
<b>Desetinná čísla</b> 	<ul style="list-style-type: none"> <li>desetinnému číslu</li> <li>operacím s desetinnými čísly</li> <li>porovnávání desetinných čísel a zaokrouhlování</li> <li>operacím s neúplnými desetinnými čísly</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>s pojmy <i>desetinná čárka, desetinné číslo, desetina, setina, tisícina, periodické desetinné číslo, perioda</i></li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>číslům iracionálním a číslům reálným</li> <li>aproximace iracionálního čísla desetinnými čísly</li> <li>aritmetické a geometrické posloupnosti</li> </ul>
<b>Dřívka</b> 	<ul style="list-style-type: none"> <li>základním 2D tvarům (čtverec, trojúhelník, ..., nekonvexní mnohoúhelník)</li> <li>vztahu mezi stranou a střední příčkou v trojúhelníku</li> <li>trojúhelníkové nerovnosti</li> <li>2D konfiguracím a chirurgii těchto konfigurací</li> <li>obvodu mnohoúhelníku</li> <li>kombinatorice</li> <li>kostře mnohostranné</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>s pojmy <i>střední příčka trojúhelníku, lichoběžník, kosočtverec, rovnoběžník, obvod, vrchol, hrana, stěna mnohostranné, kostra mnohostranné</i></li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>podobnosti v 2D</li> <li>kombinatorické struktury mnohostranné</li> <li>Eulerovy věty o mnohostranné</li> <li>Platonských mnohostranných</li> </ul>

2 **2** Při pozorném čtení si žáci všimnou, že úloha je vlastně stejná jako předchozí, jen se zde nebudeme o tom, co bude, ale o tom, co bylo.

Výsledek: Dnes je Bedřichovi 13 let.

2,3,E **3** Hledaná čísla jsou: 191 (= 202 - 11), 292, 393, 494, 595, 696, 797 a 898. Úlohu žáci mohou řešit i v rámci hodin informatiky.

Jedná se jen o jinou variantu úlohy *Najděte trojmístné zrcadlové číslo, které je součtem trojmístného zrcadlového čísla a dvoumístného zrcadlového čísla.* (str. 29, úloha 2), kterou už žáci měli možnost řešit dříve. Pokud některý žák na souvislost poukáže, objevuje tím velice účinný matematický nástroj – překlad úlohy na úlohu již vyřešenou.

## Zlomky I

Úvod ke zlomkům je v kapitole Rozjezd o zlomcích. Žáci se setkávají s různými modely zlomků. V kapitole Egyptské dělení chlebů to byl kruh, v úlohách 1 a 3 je to úsečka, v úloze 2 je to ciferník. Hojně se již používají i nekmenové zlomky. Krácení a rozšiřování zlomků bude zkoumáno později, zde se objeví jen některé konkrétní

případy. Ukázat žákům jakékoliv pravidlo o této úpravě by znehodnotilo budoucí objevitelský proces žáků. Žáci sami budou upřednostňovat zlomky s menšími čísly.

1 Výsledek:  $|AB| = |CD| = 6$  cm.

2 Výsledky:

minut	30	20	40	15	45	10	50	6
část hodiny	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{2}{3}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{3}{4}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{5}{6}$	$\frac{1}{10}$

minut	12	18	5	25	35	48	9
část hodiny	$\frac{1}{5}$	$\frac{3}{10}$	$\frac{1}{12}$	$\frac{5}{12}$	$\frac{7}{12}$	$\frac{4}{5}$	$\frac{3}{20}$

Žáci hojně využívají ciferník, který je u úlohy přikreslen. Doporučujeme žákům nakopírovat další ciferníky, které jsou k dispozici mezi kopírovatelnými předlohami. Žáci úrovně [1] vyřeší přibližně 2. až 5. sloupec, žáci úrovně [2] 6. až 11. sloupec, žáci úrovně [3] i zbývající sloupce.

Výhodné může být nechat žáky řešit samostatně nebo ve skupinkách a pak na tabuli napsat všechny výsledky, které se objevily. Přirozeně se pak ve výsledcích objeví napsané vedle sebe zlomky o stejné hodnotě, různé rozšířené. V případě, že žákům není zcela jasné, že dané zlomky se sobě rovnají, může učitel položit otázku, který z těch výsledků je správně, nebo který z těch zlomků je větší. Žáci si mohou všimnout toho, jak tyto zlomky vypadají, nemusí ale zatím přijít na přesné pravidlo krácení.

### ZLOMKY I

**1** Narysujte úsečky  $AB$  a  $CD$  tak, že polovina úsečky  $AB$  měří 3 cm a třetina úsečky  $CD$  měří 2 cm. Která z úseček  $AB$  a  $CD$  je delší?

**2** 30 minut je  $\frac{1}{2}$  hodiny. Toto je zapsáno v prvním sloupci tabulky. Doplněte scházející čísla do tabulky.

počet minut	30	20	40	15					12	18		25	35		
část hodiny	$\frac{1}{2}$				$\frac{3}{4}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{5}{6}$	$\frac{1}{10}$			$\frac{1}{12}$		$\frac{4}{5}$	$\frac{3}{20}$	

**3** Třetina tyče dlouhé 48 cm je natřena na zeleno a zbytek na modro. Na zeleno je tedy natřeno 16 cm a na modro 32 cm. Dvě třetiny tyče jsou natřeny na modro.

Těchto pět údajů je uvedeno v prvním sloupci tabulky. V každém z dalších sloupců jsou dány jen dva údaje. Doplněte scházející údaje. Délky jsou vždy v centimetrech.

délka tyče	48	48	48											65	
zelená délka	16			25	45	15	15	15		12					
zelená část	$\frac{1}{3}$			$\frac{1}{2}$						$\frac{1}{5}$				$\frac{2}{6}$	
modrá délka	32		40		15					44	78	26			
modrá část	$\frac{2}{3}$	$\frac{1}{4}$				$\frac{2}{3}$	$\frac{3}{4}$	$\frac{7}{8}$							$\frac{2}{3}$

## 3 Žáci najdou dvě základní závislosti:

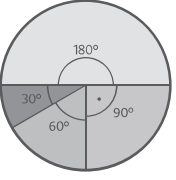
- zelená délka + modrá délka = délka tyče
- zelená část + modrá část = 1

Výsledky v tabulce. Sloupce 2 až 5 považujeme za obtížnost [1], sloupce 6 až 9 za obtížnost [2] a poslední tři sloupce za obtížnost [3].

délka tyče	48	48	48	50	60	45	60	120
zelená délka	16	36	8	25	45	15	15	15
zelená část	$\frac{1}{3}$	$\frac{3}{4}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{3}{4}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{8}$
modrá délka	32	12	40	25	15	30	45	105
modrá část	$\frac{2}{3}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{5}{6}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{2}{3}$	$\frac{3}{4}$	$\frac{7}{8}$

délka tyče	55	90	65	$3n$
zelená délka	11	12	39	$n$
zelená část	$\frac{1}{5}$	$\frac{2}{15}$	$\frac{3}{5}$	$\frac{2}{6}$
modrá délka	44	78	26	$2n$
modrá část	$\frac{4}{5}$	$\frac{13}{15}$	$\frac{2}{5}$	$\frac{2}{3}$

4 Kruh na obrázku je rozdělen na 4 výseče. Žlutá odpovídá úhlu  $180^\circ$  a je polovinou celého kruhu. Zjistěte, jakou částí kruhu je každá z dalších tří výsečí.



5 Doplňte scházející údaje do tabulky. V prvním řádku je velikost úhlu výseče kruhu (ciferníku hodin). Ve druhém řádku je zlomek určující, jakou část kruhu výseč představuje.

úhel	$120^\circ$	$15^\circ$	$12^\circ$	$3^\circ$	$150^\circ$				
část						$\frac{1}{8}$	$\frac{3}{8}$	$\frac{1}{36}$	$\frac{7}{36}$

6 Uvedenou tabulku rozšiřte o jeden řádek. V něm bude uvedeno, kolik minut uplyne, když velká ručička vyplní pohybem celou výseč. Tato čísla budou zapsána jako desetinná, zaokrouhlena na desetiny.


1 Na ciferníku (obrázek z úlohy 2) najděte čtyři body, které jsou vrcholy čtverce. Hledejte více řešení.

2 Řešte hvězdičkový diagram.

a)  $*3 + *5 = 276$       d)  $**20 - 37* = 6*3$       g)  $*.* = 51$   
b)  $2* + 7* = 1*8$       e)  $**.*3 = 437$       h)  $3*.* = 1*8$   
c)  $**5 - 30* = 9$       f)  $*7.* = 1*5$       i)  $3*.* = 2*8$

3 Číslo 100 se dá dvěma různými způsoby vyjádřit jako součin  $2*.*$ . První způsob je  $20 \cdot 5$ , druhý způsob  $25 \cdot 4$ . Najděte číslo různé od čísla 100, které lze aspoň dvěma různými způsoby vyjádřit jako součin:

a)  $2*.*$       b)  $3*.*$       c)  $4*.*$



ZLOMKY I 45

Většinou někdo ve třídě objeví, že je výhodné napsat do jmenovatele délku tyče a do čitatele délku barevné části. Např. ve třetím sloupci  $\frac{8}{48}$ . Pak se učitel ptá, zda je možné zlomek zapsat pomocí menších čísel.

Poslední úloha má nekonečně mnoho řešení. Ve sloupci je ve skutečnosti pouze jeden údaj, neboť ten druhý z prvního vyplývá. Označíme-li zelenou délku  $n$ , pak modrá bude  $2n$  a délka tyče bude  $3n$ . Žáci tuto skutečnost zformulují slovně, např. takto: „Modrá část je dvakrát delší než zelená část. Celá tyč je třikrát delší než zelená část. Ta tyč může být libovolně dlouhá.“

Při pilotáži se v několika třídách objevil silně formální přístup k práci se zlomky. Ve většině případů žákům chyběly zkušenosti s modely zlomků a o zlomcích si z prvního stupně pamatovali především to, že při práci s nimi se násobí a dělí, čímž docházelo k jakémusi „kouzlení s čísly“. Tito žáci například do třetího sloupečku tabulky napsali, že modrá část je  $\frac{5}{8}$  se zdůvodněním, že  $5 \cdot 8 = 40$ . V podobných případech je vhodné požádat autora, aby svůj výsledek ilustroval obrázkem. Jestliže se to týká většího počtu žáků, je potřebné vrátit se zpět k budování představ a doplňovat zkušenosti s modely zlomků. Osvědčují se manipulativní činnosti (např. stříhání provázku, přehýbání papíru, lámání čokolády, apod.) a úlohy podobné těm, které lze najít v Rozjezdech nebo v našich prvostupňových učebnicích. V několika případech se formálního přístupu dopustil i žák, který má dobré představy o zlomcích. Tento žák po vyplnění několika sloupců tabulky odhalil zákonitost čísel tabulky a již neřešil úlohu, ale aplikoval odhalenou zákonitost. V šestém sloupci tabulky žák zjistil, že pod číslem 15 je zlomek  $\frac{1}{3}$ . Ten přepsal automaticky i pod číslo 15 ve sloupci sedmém a osmém. Příčinou jeho chyby bylo ukvapené zobecnění postupu. V zápětí ale svoji chybu žák odhalil a opravil. Někdy ale bývá ukvapené zobecnění záluďnější a žák je tak rychle neodhalí. V tom případě je vhodná diskuze třídy. Když ani zde se chyba neodhalí, je třeba dát třídě jinou úlohu, která povede k odhalení chyby.

4 Výsledek: Modrá výseč je  $\frac{1}{4}$  kruhu, zelená výseč je  $\frac{1}{6}$  a nejmenší výseč je  $\frac{1}{12}$  kruhu.

K výsledkům mohou žáci dospět geometrickou cestou – uvědomí si, že k pokrytí kruhu modrými výsečemi potřebují 4 výseče, i aritmetickou cestou – uvědomí si, že  $360 : 90 = 4$ . Podobně u dalších výsečí.

# Desetinná čísla

Kapitola je věnována sčítání a odčítání desetinných čísel do setin, převodům délkových jednotek cm, dm, m a práci s daty.

Častá didaktická chyba, které se dopouštíme, je snaha vytvořit pro převod délkových jednotek tabulku, ve které jsou jednotky od milimetru po kilometr přehledně zachyceny. Jestliže ji žák nácvikem vloží do své paměti, bude rychle a spolehlivě řešit standardní úlohy, ale nemusí těmto vztahům rozumět. Když mu náhodou vypoví paměť, bude bez možnosti úlohu řešit. Navíc převody jednotek se nevztahují pouze na délky, ale na mnoho dalších veličin. Žák bude rozumět jednotkám, když dokáže vidět souvislost mezi  $1\,000\text{ m} = 1\text{ km}$  a  $1\,000\text{ g} = 1\text{ kg}$ . Testem, zda do těchto vazeb žák vidí, je například úloha „Co je víc? 1 hodina, nebo 1 ,kilo-sekunda’?“

Obtížnost 1,2

**1** V této úloze je pouze sčítání, ale učitel může vyzvat žáky, aby v úlohách od **b)** do **f)** prostřední číslo nepřičítali, ale odčítali. Tedy úloha **b)** by zněla  $1\text{ m} - 2\text{ dm} + 3\text{ cm}$ .

Výsledky: **a)**  $12\text{ dm} = 1,2\text{ m}$ , **b)**  $123\text{ cm} = 1,23\text{ m}$ , **c)**  $7,5\text{ m}$ , **d)**  $1,87\text{ m}$ , **e)**  $13,32\text{ m}$ , **f)**  $1,66\text{ m}$ ; odčítání prostředního čísla: **b)**  $0,83\text{ m}$ , **c)**  $2,5\text{ m}$ , **d)**  $0,47\text{ m}$ , **e)**  $10,92\text{ m}$ , **f)**  $1,02\text{ m}$ .

**2** Z matematického hlediska je na obrázku hranově ohodnocený graf s 5 vrcholy a 7 hranami. Aniž bychom terminologii teorie grafů používali, žáci se setkávají s ideou cyklu a hamiltonovské cesty.

Žáka, který objeví, že úloha **d)** se dá řešit sčítáním výsledků úloh **b)**, **c)** a odečtením čísla  $2 \cdot 10,38$ , požádáme, aby myšlenku ukázal třídě.

Výsledky: **a)**  $24,2\text{ km}$ , **b)**  $23,9\text{ km}$ , **c)**  $22,75\text{ km}$ , **d)**  $25,89\text{ km}$ , **e)**  $37,75\text{ km}$ .

**3** Pět stanovišť je nutné spojit 4 úseky. Trasa bude nejkratší tenkrát, když 3 nejdelší úseky do ní nedáme. To jsou úseky *DE*, *BC*, *CE*. Nicméně zbývající úseky nevytváří cestu. Místo úseku *CE* tak odebereme úsek *AB* (čtvrtý nejdelší). Dostaneme trasu *ACEBD*, jejíž délka je  $25,6\text{ km}$ .

1,2

3

## 1,2 DESETINNÁ ČÍSLA

**1** Sečtěte.

**a)**  $1\text{ m} + 2\text{ dm} = \dots\text{ m}$       **d)**  $1\text{ m} + 7\text{ dm} + 17\text{ cm} = \dots\text{ m}$   
**b)**  $1\text{ m} + 2\text{ dm} + 3\text{ cm} = \dots\text{ m}$       **e)**  $12\text{ cm} + 12\text{ dm} + 12\text{ m} = \dots\text{ m}$   
**c)**  $2,5\text{ m} + 25\text{ dm} + 250\text{ cm} = \dots\text{ m}$       **f)**  $0,23\text{ m} + 3,2\text{ dm} + 111\text{ cm} = \dots\text{ m}$

Na obrázku je síť cyklostezek s pěti vyznačenými stanovišti a vzdálenostmi (v km) jednotlivých úseků.

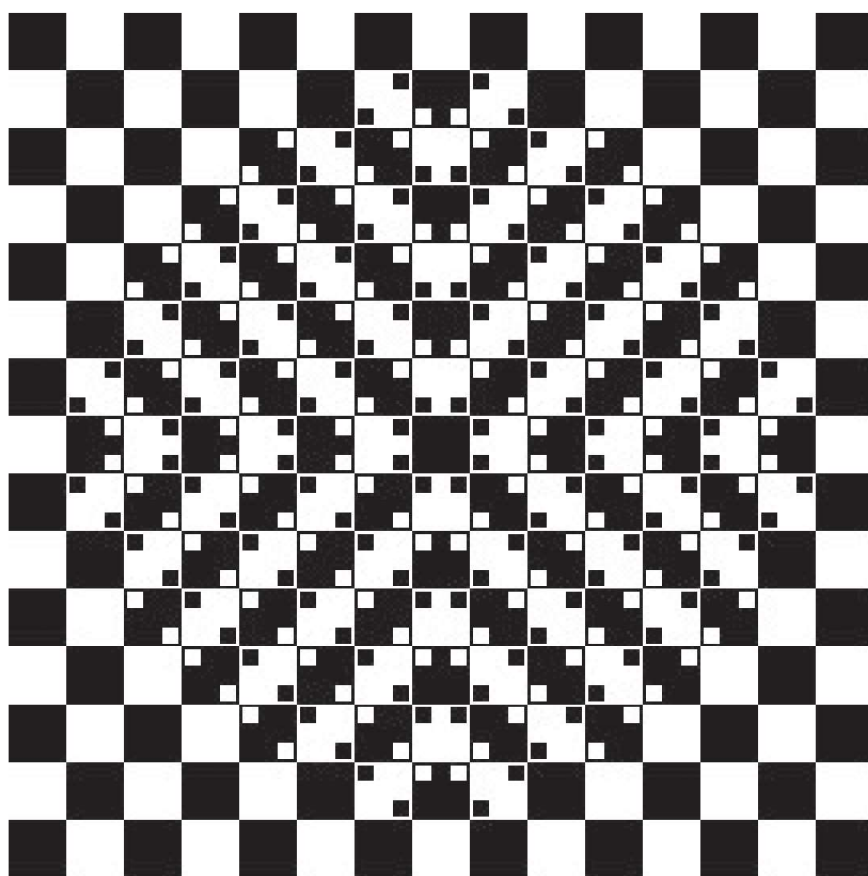
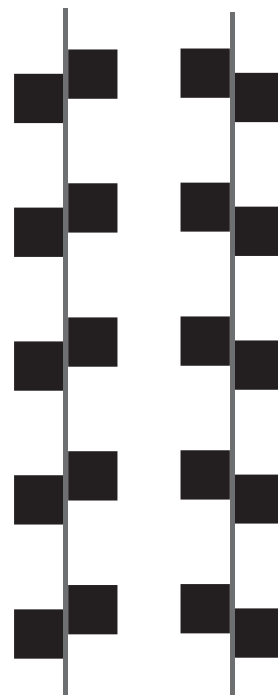
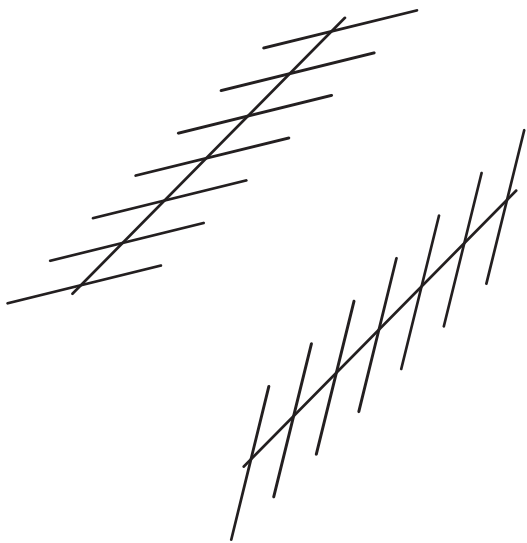
**2** Zjistěte délku okružní trasy:

**a)** B-E-D-B      **c)** B-C-A-B      **e)** B-A-C-E-D-B.  
**b)** B-E-C-B      **d)** B-A-C-E-B

**3** Najděte nejkratší trasu, která prochází všemi stanovišti. Trasa může končit u jiného stanoviště, než začíná.

DESETINNÁ ČÍSLA 9

# Kopírovatelný list – optické klamy – Zöllnerovy iluze



**HEJNÉHO METODA**

Zasloužená radost z poznávání

[www.h-mat.cz](http://www.h-mat.cz) © 2015

U jednotlivých pojmů jsou uvedena jednak čísla stran učebnice, na kterých se samotné pojmy nachází, ale také čísla stran, kde se sice pojem nenachází, leč se pracuje s myšlenkou, kterou představuje. Zde uvádíme dva konkrétní případy pro ilustraci.

V dílu A na straně 30 se v úloze 4c) mluví o součtu čísel, ale jedná se o součet čísel zasazených do grafického kontextu, tedy o součet polí. Úloha spadá jen pod pojem součet polí. Pod pojem součet čísel byly zařazeny úlohy, v kterých se vyskytuje pojem součet čísel a nejsou zasazeny do grafického kontextu.

V dílu A na straně 38 se v zadání úlohy 4 vyskytuje pojem číselné rovnice, ale v úloze samotné se pracuje se šipkami. Úloha tak spadá jak pod pojem číselné rovnice, protože je zde potřebná orientace v jejich zápisu, tak pod pojem šipkové rovnice, protože v této podobě se v úloze řeší.

## Bod

- Číselné osy **A:** 14, 22, 27, 69; **B:** 55, 56, 66, 69
- Mřížový **A:** 52, 53, 64, 65, 66; **B:** 17, 18, 48, 64, 65, 75, 76
- Roviny **A:** 10, 45, 59; **B:** 5, 12, 16, 48, 65, 67, 71, 72, 76
- Vpichu **B:** 46, 47, 48

## Číslo

- Celé **A:** 71
- Čtyřmístné **B:** 29, 35, 51, 60
- Desetinné **A:** 6, 13, 14, 15, 16, 27, 28, 29, 69; **B:** 9, 12, 15, 39
- Dvoumístné **A:** 29, 43, 55; **B:** 8, 40, 41, 49, 52, 60
- Jednomístné **B:** 35
- Kladné **A:** 46, 54, 71
- Liché **A:** 12; **B:** 44, 54
- Nezáporné **A:** 46
- Osy **A:** 14, 15, 16, 22, 29, 69, 70
- Pětimístné **B:** 60
- Přirozené **A:** 12, 30, 77; **B:** 16, 23, 45, 53, 59, 61, 63
- Racionální **B:** 39, 45, 68, 69
- Složené **B:** 53
- Sudé **A:** 12, 63; **B:** 44, 53, 54
- Šestimístné **A:** 22
- Trojmístné **A:** 22, 29, 43; **B:** 29, 40, 41, 52, 60
- Zrcadlové **A:** 29, 43

## Čtverec

- **A:** 9, 23, 36, 41, 42, 43, 45, 52, 59, 60, 65, 73, 74, 78; **B:** 6, 10, 11, 15, 16, 26, 46, 47, 49, 54, 59, 61, 67, 68, 73, 78
- Součinový **A:** 71, 72

## Čtyřstěn **B:** 38

## Čtyřúhelník

- **A:** 5, 24, 52, 53; **B:** 17, 18

## Diagram

- Vennův **B:** 7, 8

## Funkce

- Lineární **B:** 32, 33

## Hranol

- Pětiboký **B:** 38
- Trojboký **B:** 38

## Jehlan

- Čtyřboký **B:** 38
- Pětiboký **B:** 38

## Kolmost **A:** 59, 60; **B:** 12, 18, 71

## Kombinatorika **B:** 36

## Kosočtverec **A:** 5, 53; **B:** 47

## Kruh **A:** 9, 21, 45; **B:** 7, 8

## Kružnice **B:** 12, 72

## Kvádr **A:** 39; **B:** 22, 37, 38

## Lichoběžník **A:** 5, 53; **B:** 6

## Mince **A:** 7, 19, 20; **B:** 18, 57, 58

## Mříž

- Čtvercová **A:** 64, 73, 74; **B:** 5, 17, 18, 48, 64, 75

## Obdélník **A:** 8, 23, 24, 36, 42, 43, 59, 73, 77; **B:** 10, 11, 15, 16, 36, 37, 38, 48, 49, 54, 59, 67, 71, 73, 77

## Objem

- Krychle **B:** 21
- Krychlového tělesa **B:** 21, 22
- Kvádrů **B:** 22

## Poděkování

Děkujeme za cenné připomínky a rady všem, kteří se podíleli na vzniku učebnice, zejména pak učitelům, kteří ověřovali její pracovní verze ve svých třídách. Dále pak následujícím školám, které je podporovaly při tomto netradičním pojetí výuky:

Biskupské Gymnázium, U Klafárku 3, Žďár nad Sázavou  
Fakultní základní škola a mateřská škola Barrandov II při PedF UK Praha  
GALILEO SCHOOL – bilingvní mateřská škola a základní škola, s.r.o., Frýdek-Místek  
Gymnázium Mnichovo Hradiště  
Gymnázium Žďár nad Sázavou  
Základní škola a Mateřská škola Kladno, Norská 2633  
Základní škola Bodláka a Pampelišky, o.p.s.  
Základní škola Chrudim, ul. Dr. J. Malíka 958  
Základní škola Ing. M. Plesingera-Božinova Neratovice  
Základní škola, Nový Bydžov, V. Kl. Klicpery 561, okres Hradec Králové  
Základní škola, Seč, okres Chrudim  
ZŠ a MŠ Horka nad Moravou  
ZŠ Brigádníků, Praha 10 – Strašnice  
ZŠ Český Dub, Komenského 46  
ZŠ Mendelova, Karviná  
ZŠ Horácké náměstí 13, Brno-Řečkovice  
ZŠ Kunratice, Předškolní 420/5, Praha 4  
ZŠ prof. Z. Matějčka Most

Dále děkujeme Nadaci Depositum Bonum a Nadaci Karla Janečka za podporu rozsáhlého dvouletého ověřování učebnice ve výše zmíněných školách a podporu společnosti H-mat, díky které autoři mohou vytvářet materiály pro druhý stupeň základních škol a víceletá gymnázia.



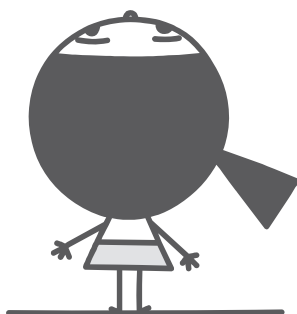
# Nadace Karla Janečka

*Cílem nadace je najít a podpořit ty nejlepší projekty, jejichž cesta k uplatnění by byla složitá, nebo dokonce nemožná.*

*Hejného metodu vnímáme nejen jako skvělý nástroj pro výuku matematiky, ale také pro rozvoj osobnosti žáka. Ve vzdělávání považujeme za zásadní vnímat každého žáka jako jedinečného, rozvíjet u něj kreativitu, kritické myšlení a vnitřní motivaci. V těchto principech si je Nadace Karla Janečka a Hejného výuka matematiky velmi blízká.*

*Protože věříme v účinnost této metody, rozhodli jsme se podpořit vznik této učebnice.*

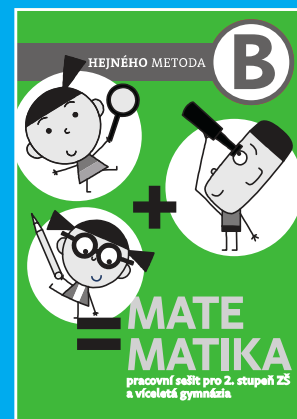
*Karel Janeček*





# HEJNÉHO METODA

Zasloužená radost z poznávání



Řada učebnic pro 2. stupeň základních škol a odpovídající ročníky víceletých gymnázií je zpracována v souladu s Rámcovým vzdělávacím programem pro základní vzdělávání.

## O Hejného metodě

Hejného metoda je vyvíjena od 40. let 20. století, kdy Vít Hejný začal zkoumat proč děti, které bez problémů řeší úlohy z učebnic, selhávají při řešení úloh nestandardních. Přitom k jejich řešení nepotřebovaly jiné znalosti. Spolu se svým synem Milanem Hejným po desítkách let zkoumání a ověřování poznatků vyvinuli metodu, která je zaměřená namísto formálních znalostí vzorečků na budování mentálních schémat. Metoda se opírá o propracovaná didaktická prostředí a učitele, který v ní má roli průvodce a moderátora diskuzí dětí o řešení úloh. V metodě jsou cíle výchovné důležitější než cíle poznatkové, protože kvalitu společnosti více určují hodnoty mravní než hodnoty znalostí. Více na [www.h-mat.cz/hejneho-metoda](http://www.h-mat.cz/hejneho-metoda).

## Semináře – kurzy – didaktické pomůcky

Společnost H-mat, o.p.s. **organizuje semináře, konference a vícedenní školy pro učitele**, kteří chtějí začít učit Hejného metodou nebo prohloubit svoje znalosti o vyučování matematice orientované na budování mentálních schémat. Dále vydává **učebnice, metodické příručky** a vyrábí **didaktické pomůcky** specifické pro výuku Hejného metodou. Více na [www.h-mat.cz](http://www.h-mat.cz).

## Diskuzní fórum

Učitelé přistupující k výuce matematiky Hejného metodou se mohou zapojit do diskuzního fóra na [skola.h-mat.cz](http://skola.h-mat.cz).

Vydavatel a podpora:  
H-mat, o.p.s.  
Magdalény Rettigové 47/4  
110 00 Praha 1  
[ucebnice@h-mat.cz](mailto:ucebnice@h-mat.cz)  
[www.h-mat.cz](http://www.h-mat.cz)

ISBN 978-80-905756-2-2



9 788090 575622 >