PEDAGOGICKÁ FAKULTA
Ústav výzkumu a rozvoje vzdělávání
Univerzita Karlova

STUDIE ÚVRV

David Greger, Martin Chvál, Patrícia Martinková, Eva Potužníková, Petr Soukup, Naďa Vondrová

Hejného metoda výuky matematiky v mezinárodním výzkumu TIMSS

závěrečná zpráva – březen 2022

Ústav výzkumu a rozvoje vzdělávání
Myslíkova 7, 110 00 Praha 1
T: +420 221 900 530
pages.pedf.cuni.cz/uvrv

OBSAH

3 O autorech
4 Shrnutí hlavních zjištění
6 Úvod

8 **1 DATA**
9 1.1 Vymezení souborů pro analýzu dat
12 1.2 Základní charakteristiky skupin podle používané metody výuky
15 1.3 Matematické testy TIMSS
17 1.4 Shoda obsahu testů s obsahem výuky
22 1.5 Expertní posouzení testových úloh

25 **2 VÝSLEDKY ŽÁKŮ V MATEMATICE**
26 2.1 Škály pro prezentaci výsledků
28 2.2 Rozdíly mezi žáky podle používané metody výuky
32 2.3 Odlišné fungování položek
36 2.4 Vztahy mezi výsledkem žáků v matematice a dalšími proměnnými

43 **3 POSTOJE ŽÁKŮ K MATEMATICE**
44 3.1 Postoje českých žáků k matematice
45 3.2 Měření postojů k matematice v šetření TIMSS
47 3.3 Rozdíly v postojích k matematice mezi dětmi vyučovanými Hejného metodou a jinými metodami
47 3.3.1 Srovnání postojů k matematice na základě mezinárodních škál
49 3.3.2 Srovnání postojů k matematice na základě námi vytvořených postojových škál
52 3.3.3 Srovnání postojů k matematice na základě typologie

58 **4 LIMITACE STUDIE**

60 **LITERATURA**

63 **PŘÍLOHY**

O AUTORECH

DAVID GREGER Vystudoval učitelství 1. stupně ZŠ na Ostravské univerzitě a získal doktorát v oboru pedagogika na Pedagogické fakultě Univerzity Karlovy. Nyní působí jako ředitel Ústavu výzkumu a rozvoje vzdělávání na Pedagogické fakultě UK. Dlouhodobě se věnuje otázkám spravedlivosti ve vzdělávání a vzdělanostních nerovností, sociologii vzdělávání, kvantitativní metodologii a analýze dat z mezinárodních výzkumů (PISA, TIMSS, PIRLS). Koordinoval velký český longitudinální výzkum CLoSE a vedl řadu dalších domácích i mezinárodních projektů.

MARTIN CHVÁL Vystudoval teoretickou fyziku na Matematicko-fyzikální fakultě a pedagogiku na Filozofické fakultě Univerzity Karlovy. V současnosti pracuje v Ústavu výzkumu a rozvoje vzdělávání Pedagogické fakulty UK a na Katedře didaktiky fyziky na Matematicko-fyzikální fakultě UK, kde vyučuje pedagogiku budoucí učitele. Věnuje se tématům autoevaluace i externí evaluace škol, hodnocení žáků, tvorbě a vyhodnocování výsledků didaktických testů, vyučuje též statistiku v pedagogickém výzkumu a kvantitativní metodologii pro obor psychologie. Je členem Nezávislé odborné komise MŠMT pro posuzování kvality jednotných přijímacích zkoušek a didaktických testů společné části maturitní zkoušky. Je místopředsedou České asociace pedagogického výzkumu, členem redakční rady časopisu Pedagogika.

PATRÍCIA MARTINKOVÁ Vystudovala statistiku na Matematicko-fyzikální fakultě Univerzity Karlovy a v rámci Fulbrightova stipendia působila také na University of Washington v USA. Nyní působí na Ústavu informatiky AV ČR, kde vede Skupinu výpočetní psychometrie, a na Ústavu výzkumu a rozvoje vzdělávání Pedagogické fakulty UK, kde se věnuje analýzám didaktických testů a mezinárodních šetření ve vzdělávání. Koordinuje týmy v projektech GA ČR a TA ČR.

EVA POTUŽNÍKOVÁ Vystudovala sociologii a psychologii na Filozofické fakultě Univerzity Karlovy a nyní působí jako doktorandka na Ústavu výzkumu a rozvoje vzdělávání Pedagogické fakulty UK, kde se zaměřuje na možnosti měření přidané hodnoty škol. Dlouhodobě se věnuje pedagogickému měření a testování, především v oblasti čtenářské gramotnosti. Spolupracovala na realizaci a analýzách dat z mezinárodních výzkumů PIRLS, PISA a TALIS.

PETR SOUKUP Vystudoval Fakultu informatiky a statistiky na VŠE Praha, na Fakultě sociálních věd Karlovy univerzity získal v oboru sociologie titul Ph.D. a je také absolventem práva na Právnické fakultě Karlovy univerzity. Nyní působí jako ředitel Institutu sociologických studií na Fakultě sociálních věd UK. Dlouhodobě se věnuje kvantitativní analýze sociálněvědních dat, v této oblasti publikoval mnoho článků a je též (spolu)autorem dvou knih. Odborně se zaměřuje na sociologii vzdělání, spolupracoval na analýzách vzdělávacích dat z mezinárodních studií (ICCS, PIAAC, TIMSS, PISA a TALIS) i národních studií (CLoSE).

NAĎA VONDROVÁ Vystudovala Přírodovědeckou a Pedagogickou fakultu Univerzity Karlovy, obor učitelství matematiky, zeměpisu a anglického jazyka. Od roku 1994 působí na katedře matematiky a didaktiky matematiky Pedagogické fakulty UK, kde je profesorkou a vedoucí katedry. Ve své pedagogické a vědecké činnosti se zaměřuje na to, jak kvalitně připravit budoucí učitele matematiky v oblasti didaktiky matematiky, jak rozvíjet profesní dovednosti učitelů a jak vést žáky k porozumění kritickým místům matematiky. Koordinuje multidisciplinární týmy např. v rámci projektů GAČR a TAČR.

Tato zpráva je závěrečným výstupem projektu **Hejného metoda výuky matematiky v mezinárodním výzkumu TIMSS** podpořeného Nadací České spořitelny.

SHRNUTÍ HLAVNÍCH ZJIŠTĚNÍ

Tato zpráva představuje výsledky sekundárních analýz dat z mezinárodních šetření TIMSS (Trends in International Mathematics and Science Study) 2015 a 2019 ve vztahu k Hejného metodě výuky matematiky. Kromě běžně dostupných dat z TIMSS byly využity informace o používané metodě výuky, které zjišťovala Česká školní inspekce jako národní doplněk sběru dat pro jednotlivé třídy zapojené do testování.

Hlavním cílem analýzy bylo ověřit, zda Hejného metoda vede k lepšímu porozumění matematice a lepším postojům k matematice, jak uvádějí její tvůrci (Hejný, 2012). K tomu je TIMSS vhodným zdrojem dat, a to především ze dvou důvodů. Za prvé přináší kvalitní a vyvážený test z matematiky, který pokrývá široké spektrum učiva a obsahuje nejen úlohy na ověřování znalostí, ale také kognitivně náročnější úlohy na aplikaci znalostí a uvažování včetně tzv. problémových úloh, v nichž není bezprostředně zřejmý postup řešení. Za druhé pomocí dotazníků zjišťuje řadu doplňujících informací, mimo jiné vztah žáků k matematice, jejich sebedůvěru v matematice, ale například také jejich sociálně ekonomické zázemí. Díky údajům získaným z dotazníků bylo možné do analýzy žákovských výsledků zahrnout kontrolní proměnné a odhadnout efekt Hejného metody „očištěný“ od působení dalších faktorů, které také ovlivňují výsledky žáků, ale nesouvisí s použitou metodou výuky. Dotazníková data dále umožnila zaměřit pozornost na žákovské postoje, které dosud nebyly ve vztahu k Hejného metodě zkoumány.

Oba datové soubory – TIMSS 2015 a TIMSS 2019 – mají analogickou strukturu, která dovoluje provést stejné analýzy u dvou různých žákovských kohort, a tak získat robustnější výsledky. Jedná se však o průřezová data, která umožňují posoudit rozdíly v matematických znalostech, dovednostech a postojích žáků používajících různé metody výuky, ale neposkytují dostatečně silnou oporu pro kauzální výpovědi o tom, zda příčinou zjištěných rozdílů je používaná metoda výuky. K tomu by bylo zapotřebí sledovat vybraný soubor žáků longitudinálně. Dalším omezením dat z šetření TIMSS, především z roku 2015, je poměrně malé zastoupení žáků vyučovaných Hejného metodou, což limituje možnosti složitějších statistických analýz. V datech z šetření TIMSS 2019 se nachází již větší počet žáků vyučovaných Hejného metodou, ale zároveň je zde relativně velký podíl tříd, u nichž nemáme informaci o používané metodě výuky z důvodu nižší návratnosti doplňkového dotazníku. Ke zjištěním prezentovaným v této zprávě je třeba přistupovat s vědomím, že vycházíme jen z limitovaného množství dat. Navzdory všem omezením se nicméně jedná o kvalitnější a bohatší data, než jaká byla doposud ve vztahu k Hejného metodě analyzována.

Sekundární analýzy dat TIMSS 2015 a TIMSS 2019 přinesly tato hlavní zjištění:

- Třídy, jejichž učitelé se hlásí k Hejného metodě výuky, se od sebe liší v míře jejího uplatňování v praxi. V řadě tříd je Hejného metoda kombinována s klasickou výukou nebo s jinými alternativními přístupy. Učebnice Hejného a kol. je hlavní učebnicí pro výuku matematiky zhruba v polovině tříd, jejichž učitelé uvedli, že využívají Hejného metodu. Informace o používaných učebnicích se ukazuje být užitečným vodítkem při určování míry „věrnosti“ Hejného metodě.

- Žáci vyučovaní Hejného metodou dosáhli v matematickém testu statisticky významně lepšího výsledku než žáci, kteří Hejného metodu nepoužívají. Bodový rozdíl ve prospěch žáků vyučovaných podle Hejného je o něco vyšší pro podskupinu, která má také Hejného učebnici,

než pro podskupinu, která používá Hejného metodu bez učebnice. I ti však mají statisticky významně lepší výsledek než žáci, kteří Hejného metodu vůbec nepoužívají. Statisticky významně lepší výsledek žáků vyučovaných Hejného metodou (bez ohledu na to, jaké mají učebnice) ve srovnání s žáky, kteří metodu nepoužívají, byl potvrzen i při zohlednění sociálně ekonomického statusu a dalších kontrolních proměnných, které mohou také ovlivňovat výsledky žáků. Velikost rozdílu ve prospěch žáků s Hejného výukou je při kontrole dalších proměnných menší než při prostém srovnání průměrných výsledků a činí přibližně 15 bodů. Z hlediska věcné významnosti se jedná spíše o malý rozdíl.

Porovnání výsledků žáků v dílčích oblastech matematiky ukázalo, že žáci vyučovaní podle Hejného dosahují prokazatelně lepších výsledků než ostatní žáci v úlohách ověřujících učivo, na něž se Hejného metoda cíleně zaměřuje. Jejich výsledky v ostatních oblastech matematiky nejsou jednoznačně lepší než výsledky ostatních žáků. Na základě analyzovaných dat však zároveň nelze říci, že by v nich za ostatními žáky zaostávali.

Expertní analýza zveřejněných úloh z výzkumu TIMSS ukázala, že Hejného metoda se více zaměřuje na osvojení náročnějších dovedností (tj. používání znalostí a uvažování oproti prokazování znalostí), na které ve větší míře cílí i mezinárodní testy vytvořené na základě mezinárodně sdíleného pojetí matematické gramotnosti.

Podrobnější porovnání skupin žáků podle metody výuky a učebnic naznačilo, že lepšího výsledku v učivu, na které se Hejného metoda zaměřuje, dosahují především žáci, kteří používají také Hejného učebnice. Výsledky žáků, kteří používají Hejného metodu, ale jako hlavní mají jiné učebnice, jsou nejednoznačné, což patrně souvisí s tím, že tato skupina žáků je značně rozmanitá a zahrnuje různé varianty práce s Hejného metodou, které si mohou být i poměrně dost vzdálené.

Pomocí analýzy odlišného fungování položek nebyly identifikovány žádné konkrétní oblasti učiva, v nichž by žáci vyučovaní Hejného metodou dosahovali při stejné úrovni matematických znalostí a dovedností systematicky lepších nebo horších výsledků než ostatní žáci. Analýza odlišného fungování položek tak například nepodporuje představu, že žáci vyučovaní Hejného metodou mají potíže s početními úlohami.

Porovnání žákovských postojů nepotvrdilo, že by žáci vyučovaní Hejného metodou měli více rádi matematiku nebo měli větší sebedůvěru v matematice. Z předchozích výzkumů je však známo, že ve 4. ročníku jsou postoje žáků k matematice celkově spíše dobré a zhoršují se až na druhém stupni. Proto by bylo vhodné provést porovnání postojů u starších žáků.

ÚVOD

V nedávné době bylo provedeno několik šetření (ČŠI, 2017a, 2018; Kalibro, 2018; Kunčarová, 2018; Chytrý, Říčan & Živná, 2019), která zjišťovala matematické znalosti a dovednosti žáků vyučovaných Hejného metodou. Z publikovaných zjištění vyplývá, že výsledky žáků vyučovaných Hejného metodou byly stejně dobré nebo lepší než výsledky ostatních žáků. S výjimkou testování České školní inspekce však tato šetření nebyla provedena na náhodně vybraných vzorcích, což snižuje jejich vypovídací hodnotu. Hlavním omezením analýz České školní inspekce je to, že v nich nebyly jednoznačně spárovány výsledky žáků s údaji o metodě výuky, kterou daní žáci používají, a pracovalo se pouze se souhrnnými údaji za školu. Konkrétně v šetření ČŠI (2017a) bylo známo, jakou metodu výuky používají jednotliví učitelé, ale každému učiteli byl přiřazen průměrný výsledek žáků jeho školy, nikoli třídy. Tyto hodnoty byly následně použity pro porovnání průměrné úspěšnosti podle využívané metody výuky. V šetření ČŠI (2018) byl zase každému žákovi přiřazen údaj o tom, zda se v jeho škole, tedy nikoli v třídě, používá k výuce matematiky Hejného metoda, a na základě těchto údajů byly vytvořeny dvě skupiny žáků, jejichž výsledky byly následně porovnány. Z výše uvedených prací pouze Kalibro (2018) a Kunčarová (2018) kontrolovaly působení dalších proměnných, které také mohou mít vliv na výsledky žáků. Kalibro (2018) porovnávalo výsledky žáků s Hejného výukou a bez Hejného výuky ve třech podskupinách, které se lišily úrovní dosaženého vzdělání rodičů. Ve všech podskupinách měli žáci s Hejného výukou o něco lepší průměrný výsledek než žáci, kteří Hejného metodu nepoužívali. Jednalo se však pouze o deskriptivní porovnání, u něhož nebyla ověřována statistická významnost. Kunčarová (2018) při porovnání výsledků žáků s Hejného výukou a bez Hejného výuky zohledňovala jejich inteligenci. I při zohlednění inteligence dosáhli žáci s Hejného výukou statisticky významně lepšího výsledku než ostatní žáci. Autorka ovšem nepoužila běžný test matematických znalostí a dovedností, ale test pro identifikaci matematického nadání, a stejně jako Kalibro nepracovala s náhodně vybraným vzorkem žáků.

Tato zpráva si klade za cíl překonat omezení předchozích šetření a poskytnout robustnější analýzu výsledků žáků vyučovaných Hejného metodou, která bude mít větší vypovídací hodnotu. Analýza je provedena na náhodném výběru žáků a využívá spárované informace o žácích, jejich učitelích a metodě výuky matematiky používané v jednotlivých třídách. Kromě dosažených výsledků žáků porovnává také postoje žáků k matematice a nalezené rozdíly uvádí do souvislosti s rodinným zázemím žáků a dalšími okolnostmi, které také mohou mít vliv na žákovské výsledky či postoje. Analýza si dále klade za cíl ověřit některé argumenty, které se objevují v debatě o efektivitě Hejného metody. Konkrétně ověřuje, zda žáci vyučovaní Hejného metodou zaostávají v určitých oblastech matematického učiva, například v početních dovednostech, jak uvádějí její kritici (viz např. Barták, 2018; Pokorný, 2018; Skoupá, 2018).

V analýze jsou použita data z mezinárodních šetření TIMSS 2015 a TIMSS 2019, která zjišťovala znalosti a dovednosti žáků 4. ročníků základních škol v matematice a přírodovědě. V naší analýze pracujeme pouze s matematickými výsledky. Dále využíváme informace získané prostřednictvím dotazníků pro žáky, učitele a rodiče testovaných žáků, které lze přes anonymní identifikační kódy propojit s výsledky žáků. V České republice je realizací šetření TIMSS pověřena Česká školní inspekce a národní data jsou volně dostupná na jejich webu (www.csicr.cz). Veřejně dostupná národní data byla pro účely této analýzy doplněna o dodatečně získané informace o metodách a učebnicích používaných pro výuku matematiky v testovaných třídách, které zjišťovala ČŠI jako národní doplněk sběru dat. Tyto informace získávala ČŠI prostřednictvím školních koordinátorů sběru dat TIMSS, kteří poskytli údaje pro každou třídu zapojenou do testování. Data z šetření TIMSS 2015 byla ve vztahu k Hejného metodě částečně analyzována již ve zprávě ČŠI (2018), ta však nevyužila možnosti propojení dat na úrovni tříd.

Vzorek žáků testovaných v šetřeních TIMSS je vybírán v souladu s mezinárodními pravidly tak, aby byl reprezentativní pro Českou republiku, přičemž se dbá na to, aby v něm byli zastoupeni žáci z velkých i malých škol a ze všech čtrnácti krajů. Vzorek však není cíleně vytvářen se záměrem sledovat výsledky žáků vyučovaných Hejného metodou a tito žáci se v něm vyskytují, pouze pokud byla jejich třída náhodně vybrána na základě mezinárodně stanovených pravidel. V důsledku toho nemusí dobře reprezentovat celou populaci žáků vyučovaných Hejného metodou. To platí zvláště pro vzorek vybraný pro šetření TIMSS 2015, v němž tvoří žáci vyučovaní Hejného metodou pouze 10 %, zatímco celkové rozšíření Hejného metody bylo již v té době patrně větší.[1] Ve vzorku vybraném pro šetření TIMSS 2019 se zastoupení žáků vyučovaných Hejného metodou (20 %) více blíží skutečnému rozšíření

[1] Podle informací společnosti H-mat se Hejného metoda používá zhruba na pětině škol. Podle výběrového šetření České školní inspekce (ČŠI, 2017a) využívalo alespoň některé prvky Hejného metody 43 % z oslovených 2605 učitelů 5. ročníku.

této metody v českých školách, velkým omezením těchto dat je však vysoký podíl žáků, u nichž nemáme informace o používané metodě výuky z důvodu nízké návratnosti doplňkového dotazníku. Jak podrobněji dokládáme níže, vysoký podíl chybějících dat o metodě výuky by neměl vést k vážnému zkreslení hlavních zjištění. Přesto je vhodné přistupovat k výsledkům analýz opatrně a zaměřovat se především na obecné tendence, které se potvrdí na obou datových souborech.

Ve statistických analýzách byly použity postupy doporučované pro práci s daty z mezinárodních srovnávacích výzkumů. Popisné statistiky a statistické testy rozdílů mezi skupinami byly počítány v programu IBM SPSS Statistics s odpovídajícím vážením. Pro spojení datových souborů s údaji od žáků, rodičů a učitelů byl použit IDB Analyzer, který se užívá pro spojování těchto dat. Tam, kde porovnáváme mezinárodní testové výsledky, bylo do výpočtu zahrnuto všech pět *plausible values*. Složitější analýzy využívající hierarchické regresní modely byly počítány v programu Mplus s odpovídajícím vážením. Pro vytvoření nových škál matematických znalostí a položkovou analýzu testových úloh byly využity moderní škálovací metody IRT (Item response theory), které se používají také při mezinárodním zpracování dat z šetření TIMSS. Výpočty založené na IRT metodách byly provedeny ve statistickém prostředí R (R core team, 2020), především s využitím knihovny mirt (Chalmers, 2012). Analýza odlišného fungování položek byla provedena pomocí knihovny difNLR (Hladká & Martinková, 2020). Pro analýzu žákovských postojů (konfirmační faktorovou analýzu a ověření ekvivalence měření) byl použit statistický program JASP a skrze něj knihovna lavaan z R (Rosseel, 2012). Analýza latentních tříd byla provedena v R pomocí knihovny poLCA (Linzer & Lewis, 2011).

1 DATA

Pro správnou interpretaci výsledků, které předkládáme v této zprávě, je zapotřebí mít povědomí o žácích, jejichž výsledky zde analyzujeme, a také o podobě matematických testů, které žáci řešili. Obsah testu určuje, jaké znalosti a dovednosti jsou u žáků ověřovány, a proto je důležité mít představu o tom, z jakých úloh se skládal. V této části nejprve popisujeme oba soubory žáků, které využíváme pro analýzu (1.1), a jejich základní charakteristiky (1.2). Dále pak přinášíme popis použitých matematických testů (1.3), jejich souladu s obsahem výuky v českých školách (1.4) a výsledky jejich expertního posouzení (1.5). Tyto informace poskytují obrázek o testovaném učivu a zároveň tvoří podklad pro následnou analýzu žákovských znalostí a dovedností.

1.1 VYMEZENÍ SOUBORŮ PRO ANALÝZU DAT

TIMSS 2015

Výzkumný soubor pro šetření TIMSS 2015 tvořilo 5202 žáků ze 159 škol náhodně vybraných z celé České republiky. Z každé školy byla v závislosti na její velikosti vybrána jedna až tři třídy čtvrtého ročníku. V souboru je zastoupeno celkem 265 tříd. Pro každého žáka jsou k dispozici jeho výsledky v matematickém testu a odpovědi na otázky v žákovském dotazníku. Pro většinu žáků (více než 4900) jsou dostupné rovněž údaje z dotazníku pro rodiče, které lze přes příslušné identifikační kódy propojit s žákovskými daty. Z dotazníků pro rodiče byly získány například informace o rodinném zázemí testovaných žáků.

K žákovským datům lze dále přiřadit údaje o jejich učitelích sbírané prostřednictvím učitelských dotazníků. V šetření TIMSS jsou dotazníky zadávány všem učitelům, kteří v testovaných třídách vyučují matematiku a přírodovědu. V této analýze pracujeme s údaji získanými od učitelů, kteří v testovaných třídách vyučují buď pouze matematiku, nebo oba sledované předměty. Každému žákovi jsou přiřazeny odpovědi jeho učitele matematiky.

Údaje z dotazníku pro učitele jsme pro potřeby této analýzy doplnili o informace o výuce matematiky, na něž se Česká školní inspekce doptávala dodatečně prostřednictvím doplňujícího dotazníku zaslaného školám po hlavním sběru dat. V tomto dotazníku byli školní koordinátoři šetření TIMSS požádáni o odpověď na dvě otázky, které zodpověděli pro každou třídu zapojenou do testování:

- **Využívali jste při výuce matematiky v testované třídě některou z následujících metod?** V nabídce byly tři možné metody – 1) metoda orientovaná na budování schémat (prof. Hejného), 2) metoda činnostního učení (projekt Tvořivá škola), 3) jiná alternativní metoda. U každé z těchto metod měl školní koordinátor zaškrtnout, zda se v konkrétní testované třídě využívala, nebo ne.

- **Jakou učebnici jste využívali při výuce matematiky v testované třídě jako hlavní?** Jednalo se o otevřenou otázku, kde měl školní koordinátor do předepsaných políček vyplnit název, autora a nakladatelství.

TIMSS 2019

Výzkumný soubor pro šetření TIMSS 2019 tvořilo 4692 žáků ze 152 škol náhodně vybraných z celé České republiky. Z každé školy byla do testování náhodně vybrána jedna až tři třídy čtvrtého ročníku, celkem bylo vybráno 263 tříd. Pro každého žáka jsou známy jeho výsledky v matematickém testu, odpovědi na otázky v žákovském dotazníku a přes identifikační kódy jsme k žákovským datům připojili data získaná od rodičů (která jsou k dispozici pro 3920 žáků) a učitelů matematiky.

Údaje z dotazníku pro učitele jsme stejně jako v datovém souboru TIMSS 2015 doplnili o informaci o metodě výuky matematiky, kterou ČŠI zjišťovala prostřednictvím doplňkového dotazníku pro školní koordinátory. ČŠI bohužel nepoužila zcela identický dotazník jako v roce 2015. Přesto se domníváme, že obě verze dotazníku umožnily dobře identifikovat třídy, v nichž se používá Hejného metoda, a získané informace lze považovat za srovnatelné. Doplňkový dotazník pro šetření TIMSS 2019 obsahoval následující otázky, které školní koordinátor vyplnil pro každou testovanou třídu:

- **Využívali jste při výuce matematiky některou z následujících metod?** V nabídce byly tři možnosti – 1) metoda orientovaná na budování schémat (prof. Hejného), 2) metoda činnostního učení (projekt Tvořivá škola), 3) jiné. Školní koordinátor měl zaškrtnout všechny platné odpovědi a ve variantě „jiné“ případně doplnit slovní popis. Do této varianty uváděli koordinátoři nejen jiné alternativní metody (jako v dotazníku z roku 2015), ale také klasickou či běžnou výuku matematiky. Zároveň se zde vyskytovaly odpovědi jako „prvky Hejného metody“ nebo „klasická výuka v kombinaci s prvky Hejného matematiky“. Všechny odpovědi, které v nějaké podobě zmiňovaly Hejného metodu nebo její prvky, jsme pro potřeby této analýzy překódovali tak, jako by školní koordinátor zaškrtl variantu 1 (tedy metodu prof. Hejného).[2]

[2] V doplňkovém dotazníku k šetření TIMSS 2015 uváděli koordinátoři ve variantě 3) jiná alternativní metoda nejrůznější odpovědi, ale nikdo nezmiňoval kombinaci či prvky Hejného metody. Předpokládáme, že pokud se v některé třídě využívaly prvky Hejného metody v kombinaci s jinými metodami, zaškrtl koordinátor odpověď ano ve variantě 1) metoda orientovaná na budování schémat (prof. Hejného) a následně uvedl jako hlavní jinou učebnici než učebnici Hejného a kol.

Jakou učebnici jste využívali při výuce matematiky v testované třídě jako hlavní? Tato otázka byla stejná jako v roce 2015, školní koordinátor měl do předepsaných políček vyplnit název, autora a nakladatelství.

Propojením odpovědí na obě otázky z doplňkového dotazníku jsme vytvořili čtyři kategorie vztažené ke konkrétním třídám, resp. žákům (tabulka 1.1). Dotazník o výuce matematiky v roce 2019 nevyplnilo 80 z celkového počtu 263 tříd (30 %). Předpokládáme, že se jedná pravděpodobně o třídy, které nevyužívají žádnou z alternativních metod zmíněných v dotazníku (Hejného metodu ani metodu Tvořivé školy), a proto neměly motivaci dotazník odeslat. S jistotou to však nevíme, a proto je ponecháváme zvlášť.

TABULKA 1.1 Rozdělení tříd podle využívané metody a učebnice pro výuku matematiky

		TIMSS 2015		TIMSS 2019	
Kategorie	Metoda a učebnice	Počet tříd	Počet žáků	Počet tříd	Počet žáků
Kat. 1	Nepoužívá Hejného metodu a má jiné učebnice	237	4665	133	2332
Kat. 2	Používá Hejného metodu, ale má jinou učebnici jako hlavní	14	238	23	417
Kat. 3	Používá Hejného metodu a jako hlavní používá učebnici Hejného a kol. a spolu s ní i další učebnici	1	20	–	–
Kat. 4	Používá Hejného metodu a učebnici Hejného a kol. jako hlavní	13	279	27	520
	Nezodpovězený dotazník o výuce matematiky	–	–	80	1423
Celkem		**265**	**5202**	**263**	**4692**

O kategorii 1 lze jednoznačně mluvit jako o třídách, které nejsou vyučovány Hejného metodou, o kategorii 4 naopak, že jsou vyučovány Hejného metodou. Specifickým případem je třída, pro kterou jsme zde vyčlenili samostatnou kategorii 3, ale v analýzách ji spojujeme s kategorií 4. Pro přiřazení této třídy do kategorie 4 pro nás bylo podstatné, že žáci mají k dispozici Hejného učebnici, mají tedy příležitost řešit úlohy, které jsou v ní obsaženy. Pro upřesnění dodáváme, že všechny třídy z kategorií 3 a 4 používaly jak v roce 2015, tak v roce 2019 učebnici Hejného a kol. z nakladatelství Fraus.[3] Kategorie 2 tvoří poněkud „nejasnou" skupinu. Mohou v ní být třídy, jejichž učitelé například prošli nějakými kurzy k Hejného metodě, ale vzali si z ní podle vlastního uvážení jen některé prvky či prostředí, nebo jsou to učitelé, kteří by chtěli učit i podle Hejného učebnic, ale ještě jim je škola nezakoupila. Odpovědi, které školní koordinátoři uváděli v roce 2019 ve variantě „jiné", naznačují, že řada tříd skutečně využívá jen některé prvky Hejného metody, které kombinuje s běžnou výukou matematiky nebo s jinými alternativními přístupy.

Na základě odpovědí získaných z doplňkového dotazníku považujeme za důležité zdůraznit, že třídy, které nejsou vyučovány Hejného metodou (kategorie 1), tvoří vnitřně velmi rozmanitou skupinu. V roce 2015 využívalo celkem 109 tříd z kategorie 1 pro výuku matematiky nějakou jinou alternativní metodu (většinou metodu Tvořivé školy, z dalších metod byla uváděna např. skupinová nebo problémová výuka). V roce 2019 využívalo 84 tříd z kategorie 1 metodu Tvořivé školy a objevovaly se i další alternativní metody (např. aktivizující metody, projektová výuka). Pouze 27 tříd z kategorie 1 v roce 2019 explicitně uvedlo, že používá klasickou, běžnou či tradiční výuku matematiky. Údaje z let 2015 a 2019 je obtížné vzájemně srovnávat, protože otázky v dotaznících nebyly identické, navíc pro rok 2019 nemáme žádné

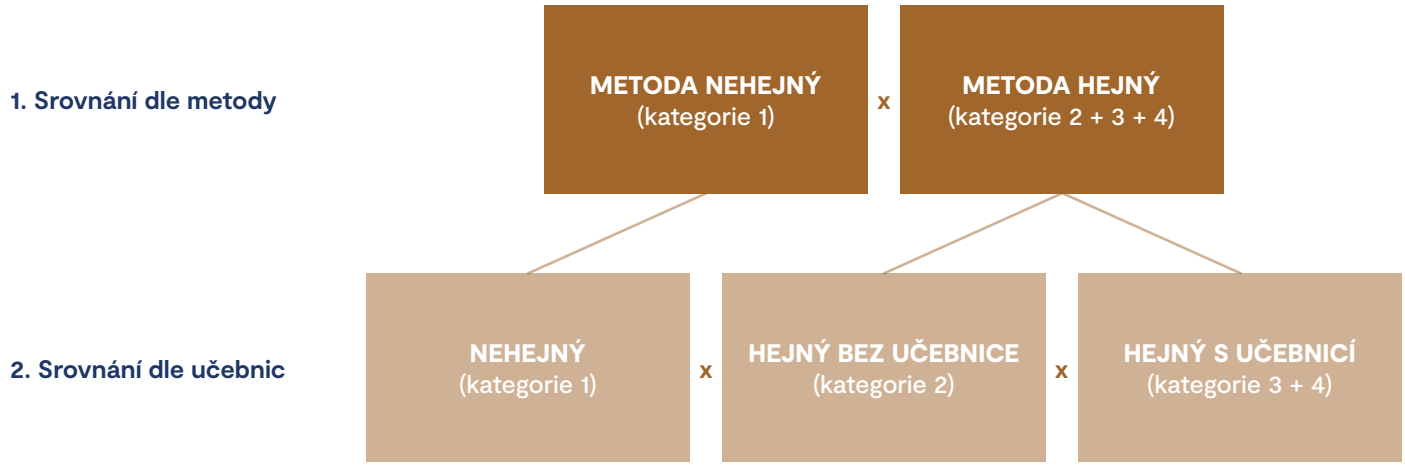
3 V roce 2018 začala učebnice Hejného a kol. nově vydávat společnost H-mat. V době šetření TIMSS 2019 však byly vydány zatím jen učebnice pro 1. a 2. ročník.

informace o metodě výuky z 80 tříd, které nevyplnily doplňkový dotazník. V každém případě je však zřejmé, že v mnoha třídách, kde se nevyučuje podle Hejného, se používají jiné alternativní přístupy a bylo by velkým zjednodušením, kdybychom tyto třídy označovali za třídy s tradiční, běžnou či klasickou výukou matematiky.

Také třídy, které se hlásí k Hejného metodě, se od sebe vzájemně liší, co se týče kombinování jejích principů s jinými přístupy. V roce 2015 se v osmi třídách z kategorie 2 a ve třech třídách z kategorie 4 využívaly i jiné alternativní metody (opět většinou metoda Tvořivé školy). V roce 2019 uvedly 4 třídy z kategorie 2 vedle Hejného i jiné alternativní metody a 7 tříd z kategorie 2 odpovědělo, že Hejného metodu kombinuje s klasickou matematikou. Kombinace Hejného metody s běžnou výukou matematiky se vyskytla dokonce i ve třech třídách z kategorie 4. Z uvedených údajů je patrné, že využívání Hejného metody může v konkrétních třídách nabývat různých podob. Užitečným vodítkem při uvažování o míře „věrnosti" Hejného metodě je podle našeho názoru informace o tom, jakou učebnici žáci používají jako hlavní. Učebnice má rozhodující podíl na tom, jaké úlohy převážně řeší.

V rámci této zprávy vymezujeme třídy, resp. žáky vyučované Hejného metodou, dvěma různými způsoby. Zaprvé porovnáváme rozdíly mezi žáky, jejichž učitelé se hlásí k Hejného metodě (kategorie 2 až 4), s žáky, jejichž učitelé Hejného metodu nevyužívají (kategorie 1). Zadruhé pak zjišťujeme, zda existují nějaké rozdíly mezi žáky, kteří používají Hejného metodu včetně učebnic (kategorie 3 a 4), a těmi, jejichž učitelé se sice hlásí k Hejného metodě, ale používají jiné učebnice (kategorie 2). Kombinace informací o metodě výuky a učebnicích nebyla explicitně využita v žádné z dříve provedených prací a představuje nový prvek v analýze výsledků žáků ve vztahu k Hejného metodě.[4] Vzhledem k relativně nízkému počtu žáků, kteří využívají Hejného metodu i učebnici, se však v některých složitějších analýzách musíme omezit pouze na první rovinu porovnání podle používané metody. Skupiny pro analýzu dat přehledně znázorňuje obrázek 1.1.

OBRÁZEK 1.1 **Vymezení skupin podle metody výuky a učebnic**



Dále v této zprávě vždy důsledně rozlišujeme, zda porovnáváme dvě skupiny lišící se pouze v používané metodě výuky, nebo zda soubor rozdělujeme na tři skupiny na základě metody výuky a učebnic. Pro označení skupin lišících se metodou výuky používáme pojmy „žáci, kteří používají/nepoužívají Hejného metodu", popř. „žáci vyučovaní/nevyučovaní podle Hejného metody" a někdy také (především v tabulkách a grafech) zkrácená pojmenování „metoda Hejný" a „metoda NeHejný". V případě rozdělení podle učebnic budeme mluvit o „žácích, kteří používají Hejného metodu i s učebnicí/bez učebnice", popř. o „žácích, kteří mají/nemají Hejného učebnice", a někdy také použijeme zkrácená označení „NeHejný", „Hejný bez učebnice" a „Hejný s učebnicí".

4 Většina z dříve provedených prací se zmiňuje o třídách, resp. žácích vyučovaných Hejného metodou, není však zřejmé, jaké se v těchto třídách využívaly učebnice. Kalibro (2018) rozlišovalo podle učebnice, ze skupiny s Hejného výukou tedy vypadly třídy, kde se používá Hejného metoda (či její prvky) bez učebnice.

Třídy, které nevyplnily doplňkový dotazník, z analýzy vyřazujeme, protože nevíme, do které skupiny patří. Vyloučení takto vysokého podílu tříd může pochopitelně vyvolávat otázky ohledně reprezentativnosti dat z roku 2019. Proto v některých analýzách uvádíme i výsledky žáků z těchto tříd, abychom si ověřili, zda jejich vyřazení nemohlo způsobit vážnější zkreslení zde prezentovaných zjištění.

1.2 ZÁKLADNÍ CHARAKTERISTIKY SKUPIN PODLE POUŽÍVANÉ METODY VÝUKY

Jak jsme již zmínili v úvodu, výběr vzorku pro šetření TIMSS není koncipován tak, aby byl reprezentativní z hlediska používání různých metod výuky matematiky. Abychom získali představu o složení žáků v analyzovaných souborech, porovnali jsme základní charakteristiky žáků a učitelů ve skupině žáků vyučovaných podle Hejného metody a ve skupině žáků, kteří tuto metodu nevyužívají. V tomto porovnání jsme do „Hejného" skupiny zařadili všechny žáky, jejichž učitelé uvedli, že používají Hejného metodu nebo její prvky. Nerozlišovali jsme, jaké používají učebnice. Pro TIMSS 2019 uvádíme pro úplnost také charakteristiky žáků, pro které nemáme informaci o používané metodě výuky.

Výsledky porovnání představujeme v tabulce 1.2. V tabulce jsou nejprve uvedeny charakteristiky vztahující se k žákům a jejich rodinnému zázemí. Vedle dílčích charakteristik rodinného zázemí, jako je vzdělání rodičů a počet knih v domácnosti, uvádíme rovněž souhrnný sociálně ekonomický status, který kombinuje informace o rodinném zázemí žáka do

TABULKA 1.2 Porovnání základních charakteristik žáků a učitelů podle používané metody výuky

	TIMSS 2015		TIMSS 2019		
Charakteristika	Metoda NeHejný (N=4665)	Metoda Hejný (N=537)	Metoda NeHejný (N=2332)	Metoda Hejný (N=937)	Chybí údaj o metodě (N=1423)
Podíl chlapců (%)	51	51	52	51	50
Vzdělání matky – SŠ s maturitou (%)	36	37	36	37	37
Vzdělání matky – VŠ (%)	21	25	28	32	29
Vzdělání otce – SŠ s maturitou (%)	30	31	31	34	33
Vzdělání otce – VŠ (%)	20	20	24	28	26
Více než 100 knih v domácnosti (%)	31	34	33	38	34
Průměrný index sociálně ekonomického statusu	10,49	10,66	10,70	10,97	10,81
Průměrný počet žáků ve třídě	22	21	22	23	22
Průměrná délka praxe učitele v letech	20	18	23	19	19
Vzdělání učitele – magisterský nebo vyšší stupeň (%)	93	100	95	84	92
Vzdělání učitele – učitelství pro 1. stupeň ZŠ (%)	80	85	85	84	78
Vzdělání učitele – učitelství všeobecně vzdělávacích předmětů (%)	11	15	8	7	10

jedné společné proměnné.[5] Ve spodní části tabulky následují charakteristiky vztahující se ke třídám a učitelům. Jelikož cílovou populací šetření TIMSS nejsou učitelé, ale žáci, je třeba údaje o učitelích vztahovat k žákům. V tabulce tedy nejsou uvedeny procentuální podíly učitelů, ale procentuální podíly žáků, kteří mají učitele s danou charakteristikou. Tento způsob prezentování dat o učitelích je standardně používán v národních i mezinárodních zprávách z šetření TIMSS.

Z údajů v tabulce 1.2 vyplývá, že podsoubor žáků vyučovaných Hejného metodou se v základních charakteristikách výrazně neodlišuje od podsouboru žáků, kteří nejsou vyučováni Hejného metodou. V žádné ze sledovaných charakteristik se výrazně nevymyká ani skupina žáků, pro které nemáme informaci o používané metodě výuky. Žáci vyučovaní Hejného metodou mají o něco vzdělanější rodiče, a tedy i o něco vyšší sociálně ekonomický status, rozdíly v rodinném zázemí jsou však relativně malé.[6] Nejvýraznější rozdíly pozorujeme v kvalifikaci učitelů. V roce 2015 měli všichni žáci vyučovaní Hejného metodou učitele s magisterským či vyšším vzděláním, zatímco mezi ostatními žáky mělo takového učitele jen 93 % žáků. V roce 2019 byli naopak učitelé s magisterským či vyšším vzděláním více zastoupeni u žáků, kteří nevyužívali Hejného metodu. Bližší pohled do dat ukázal, že nižší podíl žáků s plně kvalifikovanými učiteli ve skupině, která využívala Hejného metodu, byl způsoben tím, že v několika třídách vyučovali učitelé, kteří měli dokončené bakalářské vzdělání a délku praxe do tří let. Přestože to z dat není možné zjistit, lze předpokládat, že tito učitelé magisterské vzdělání dokončovali při zaměstnání. Podíl žáků, kteří měli učitele pouze se středoškolským

TABULKA 1.3 **Porovnání základních charakteristik žáků a učitelů podle metody výuky a učebnice (TIMSS 2015)**

Charakteristika	NeHejný (N=4665)	Hejný bez učebnice (N=238)	Hejný s učebnicí (N=299)
Podíl chlapců (%)	51	48	52
Vzdělání matky – SŠ s maturitou (%)	36	38	36
Vzdělání matky – VŠ (%)	21	19	29
Vzdělání otce – SŠ s maturitou (%)	30	30	32
Vzdělání otce – VŠ (%)	20	20	20
Více než 100 knih v domácnosti (%)	31	33	35
Průměrný index sociálně ekonomického statusu	10,49	10,46	10,82
Průměrný počet žáků ve třídě	22	20	23
Průměrná délka praxe učitele v letech	20	22	15
Vzdělání učitele – magisterský nebo vyšší stupeň (%)	93	100	100
Vzdělání učitele – učitelství pro 1. stupeň ZŠ (%)	80	87	83
Vzdělání učitele – učitelství všeobecně vzděl. předmětů (%)	11	13	17

5 Index sociálně ekonomického statusu je součástí veřejně dostupné databáze TIMSS (proměnná Home resources for learning, ASBGHRL). Tato proměnná kombinuje údaje o vzdělání a povolání rodičů, počtu knih a dětských knih v domácnosti, internetovém připojení a vlastním dětském pokoji pro testovaného žáka. Bližší informace o konstrukci této proměnné jsou uvedeny v technické dokumentaci šetření TIMSS (Martin, Mullis & Hooper, 2016, kapitola 15; Martin, von Davier & Mullis, 2020, kapitola 16). Index má mezinárodní průměr 10, žáci v České republice mají tedy o něco lepší sociálně ekonomický status, než jaký byl průměr všech zemí zapojených do šetření TIMSS.

6 V roce 2015 nebyl rozdíl v průměrném indexu sociálně ekonomického statusu mezi skupinami „metoda Hejný“ a „metoda NeHejný“ statisticky významný, v roce 2019 již hranici statistické významnosti překročil, ale věcně zůstává malý.

vzděláním, byl v roce 2019 v obou skupinách (tj. jak u žáků používajících Hejného metodu, tak u žáků, kteří ji nepoužívali) srovnatelný (přibližně 5 %).

Podobné porovnání jsme provedli také pro tři skupiny žáků podle používané metody a učebnice (tabulky 1.3 a 1.4). V roce 2015 měli žáci, kteří používali Hejného metodu s učebnicí, vzdělanější matky, a v důsledku toho i vyšší sociálně ekonomický status. V roce 2019 měli žáci, kteří používali Hejného metodu s učebnicí, srovnatelné rodinné zázemí s žáky, kteří používali Hejného metodu bez učebnice, přičemž obě skupiny (Hejný s učebnicí i Hejný bez učebnice) měly o něco lepší rodinné zázemí než žáci, kteří Hejného metodu nepoužívali. Jak jsme však uvedli výše, rozdíly v rodinném zázemí jsou spíše malé. V obou sledovaných letech měli žáci, kteří používali Hejného metodu i učebnici, učitele s kratší praxí (což souvisí s tím, že byli mladší).

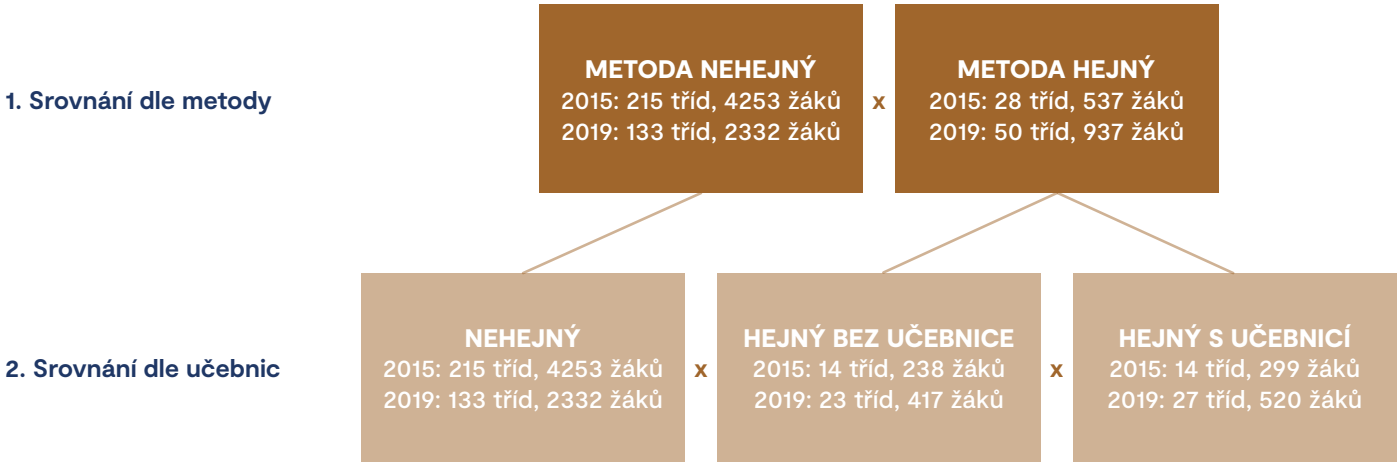
TABULKA 1.4 **Porovnání základních charakteristik žáků a učitelů podle metody výuky a učebnice (TIMSS 2019)**

Charakteristika	NeHejný (N=2332)	Hejný bez učebnice (N=417)	Hejný s učebnicí (N=520)
Podíl chlapců (%)	52	52	50
Vzdělání matky – SŠ s maturitou (%)	36	37	37
Vzdělání matky – VŠ (%)	28	30	34
Vzdělání otce – SŠ s maturitou (%)	31	34	33
Vzdělání otce – VŠ (%)	24	28	28
Více než 100 knih v domácnosti (%)	33	38	39
Průměrný index sociálně ekonomického statusu	10,70	10,94	10,99
Průměrný počet žáků ve třídě	22	24	23
Průměrná délka praxe učitele v letech	23	22	16
Vzdělání učitele – magisterský nebo vyšší stupeň (%)	95	83	85
Vzdělání učitele – učitelství pro 1. stupeň ZŠ (%)	85	86	82
Vzdělání učitele – učitelství všeobecně vzděl. předmětů (%)	8	12	4

Na základě provedených porovnání jsme se rozhodli zařadit do analýz dat z roku 2015 pouze žáky, kteří měli učitele s magisterským či vyšším vzděláním. Data z šetření TIMSS 2015 totiž ukazují, že žáci s nekvalifikovanými učiteli dosáhli v průměru horších výsledků (510 vs. 529 bodů na mezinárodní škále). Naší snahou bylo minimalizovat možné zkreslení výsledných zjištění způsobené nerovnoměrným zastoupením nekvalifikovaných učitelů, které mohlo být dáno tím, jaké konkrétní třídy byly do šetření náhodně vybrány. Kdybychom v analyzovaném souboru ponechali žáky s nekvalifikovanými učiteli, kteří se nacházeli pouze v „NeHejného“ třídách, zvýraznili bychom případné rozdíly mezi skupinami ve prospěch Hejného výuky. Zajímá-li nás efektivita Hejného metody, je férovější provést srovnání pouze u žáků s kvalifikovanými učiteli. V souboru z roku 2019 naopak žáky s nekvalifikovanými učiteli ponecháváme. Jak jsme popsali výše, podíl žáků, kteří měli učitele pouze se středoškolským vzděláním, je v obou skupinách stejný a učitelé s bakalářským vzděláním pravděpodobně kvalifikaci brzy získají. Navíc žáci bez plně kvalifikovaných učitelů měli v roce 2019 na mezinárodní škále prakticky stejné výsledky jako žáci s kvalifikovanými učiteli (rozdíl byl 2 body a nebyl statisticky významný), ponechání žáků s nekvalifikovanými učiteli by tedy nemělo způsobit neférové zkreslení.

Po vyloučení žáků s nekvalifikovanými učiteli z datového souboru z roku 2015 a vyloučení žáků, o nichž nemáme informaci o používané metodě výuky, z datového souboru z roku 2019 získáváme následující skupiny pro analýzu dat (obrázek 1.2).

OBRÁZEK 1.2 Vymezení skupin pro analýzu dat



1.3 MATEMATICKÉ TESTY TIMSS

Systém tvorby matematických testů a jejich obsah vychází z dlouholeté tradice šetření TIMSS, které se koná vždy po čtyřech letech již od roku 1995. Obsah testů byl na počátku stanoven jako společný průnik učiva matematiky v zúčastněných zemích, ale před každým dalším testováním byl více či méně aktualizován v reakci na důležité světové trendy ve výuce matematiky. V současné době nemusí reprezentovat stoprocentní průnik učiva všech zúčastněných zemí, jejichž počet stále roste. Obecně lze ale říci, že se testuje učivo, které by měli žáci 4. ročníku znát, i když se může stát, že některá témata jsou do výuky zařazena až v době po testování (které probíhá zpravidla v březnu), případně v 5. ročníku.

Testovaný obsah je rozdělen do tří tematických okruhů, které jsou dále podrobněji členěny do tematických celků a témat. V souladu s obsahem výuky na prvním stupni základní školy zaujímají v testech největší podíl úlohy z tematického okruhu čísla s hlavním důrazem na přirozená čísla a operace s nimi. Dále jsou zařazeny úlohy z tematického okruhu geometrie a měření a nejmenším počtem úloh je zastoupen tematický okruh data. V roce 2019 byl oproti roku 2015 mírně navýšen podíl úloh zaměřených na práci s daty na úkor geometrie, v oblasti geometrie pak byla posílena problematika měření. V důsledku toho bylo sníženo zastoupení některých geometrických témat (např. přímky, úhly) a některá z testů zcela vypadla (např. používání neformálních soustav souřadnic k určení polohy bodů v rovině). Tyto změny však nebyly pro obsah testů zásadní, protože hlavní těžiště (50 %) tvořily stejně jako v roce 2015 úlohy z tematického okruhu čísla, který zůstal v podstatě beze změn. Podrobný výčet témat zastoupených v testech TIMSS 2015 a TIMSS 2019 uvádí ČŠI (2017b; 2020a) v koncepčních dokumentech dostupných na webu www.csicr.cz a k této zprávě jej ve zkráceném znění přikládáme v příloze 1.

Při sestavování testů TIMSS se dbá nejen na to, aby pokrývaly vyvážené spektrum matematického učiva, ale také na to, aby umožňovaly žákům prokázat různé matematické dovednosti. V šetření TIMSS se rozlišují tři kategorie dovedností, které se liší svou kognitivní náročností:

- prokazování znalostí,
- používání znalostí,
- uvažování.

K dovednostem z kategorie *prokazování znalostí* patří podle koncepce šetření TIMSS vybavování či rozpoznávání důležitých faktů, pojmů, zvyklostí nebo provádění postupů (např. sčítání, zaokrouhlování, měření aj.), které jsou považovány za základní stavební kameny matematického myšlení. Do kategorie *používání znalostí* jsou řazeny dovednosti potřebné pro řešení úloh (ať už slovních nebo čistě matematických), v nichž musí žáci již sami zvolit vhodný postup nebo vhodné matematické vyjádření. Většinou se však jedná o aplikaci znalostí v typových úlohách, s nimiž se pravděpodobně mnozí žáci setkali při výuce. Naproti tomu dovednosti z kategorie *uvažování* se uplatňují v situacích, kdy je nutný přenos matematických znalostí a dovedností do neznámých situací, a často je pro ně charakteristické kombinování různých způsobů uvažování v řadě po sobě jdoucích kroků. V souladu s předpokládaným rozvojem matematického myšlení u žáků 4. ročníku se testy zaměřují spíše na prokazování a používání znalostí. Úlohy na ověřování těchto dvou kategorií dovedností tvoří shodně 40 % a 40 % z celkového počtu testových úloh, zatímco úlohy ověřující dovednosti z oblasti uvažování představují jen 20 %. I tyto kognitivně náročnější dovednosti jsou však podle mezinárodního konsenzu považovány za nedílnou součást výuky matematiky od prvních let školní docházky. Zastoupení úloh ověřujících jednotlivé kategorie dovedností bylo v roce 2015 a 2019 stejné. V některých publikacích k šetření TIMSS 2019 se lze dočíst o rozšíření testů o badatelsky zaměřené úlohy. Data o řešení těchto úloh zatím nejsou na mezinárodní úrovni zpracována a v této analýze jsme je nevyužívali.

Velkou výhodou matematických testů z šetření TIMSS je jejich kvalitní konstrukce, a především pak vyváženost a nestrannost, neboť při jejich sestavování nehrála žádnou roli konkrétní představa o podobě matematiky, která by zvýhodňovala děti vyučované tou či onou metodou. Při analýze národních dat či přípravě jakéhokoli výzkumu v ČR je vždy zapotřebí věnovat velkou pozornost tvorbě testu a podobě úloh, neboť právě určitý výběr úloh může výrazně zvýhodnit určitou skupinu žáků (např. úlohy podobnější úlohám vyskytujícím se v určité učebnici mohou zvýhodňovat některé děti v řešení tohoto typu úloh, což může mylně naznačovat jejich vyšší matematické dovednosti obecně). Výhodou testů TIMSS je to, že se na jejich obsahu shodli zástupci ze všech zapojených zemí a před vlastním testováním se vždy provádějí důkladné pilotáže testů i jejich psychometrické vyhodnocení.

Nevýhodou testů z šetření TIMSS je naopak tzv. neúplný testový design (*incomplete test design*) a zveřejnění pouze části úloh. Část úloh zůstává po každém testování uchována v tajnosti, aby mohly být použity jako tzv. kotvicí úlohy pro zajištění kontinuity a srovnatelnosti testů v čase. Zveřejnění pouze části úloh však komplikuje posouzení obsahu testů (viz část 1.5), které je důležité nejen pro zhodnocení jeho férovosti, ale také pro detailnější analýzy znalostí a dovedností žáků v dílčích oblastech matematiky. Omezení spojené s utajením kotvicích úloh částečně snižuje skutečnost, že po testování TIMSS 2019 byla zveřejněna část dříve tajných úloh, které byly obsaženy již v testech z roku 2015. Z testů TIMSS 2015 jsme tak mohli zpětně posoudit větší počet testových úloh, než jaký byl veřejně k dispozici bezprostředně po testování. To nám umožnilo provést robustnější analýzy žákovských znalostí a dovedností v dílčích oblastech matematiky. Robustnost našich zjištění pak dále zvyšuje to, že stejné analýzy byly zopakovány také na datech z testů TIMSS 2019, byť s použitím menšího počtu veřejně dostupných úloh.

Neúplný testový design znamená, že TIMSS nepoužívá jen jednu nebo dvě varianty testu (verze A a B), ale rozděluje testové úlohy do většího počtu testových sešitů. Každou úlohu tak řeší zpravidla jen pár stovek žáků. Neúplný testový design je výhodný pro zobecňování výsledků na populaci (stanovení národního průměru), protože matematické znalosti a dovednosti žákovské populace se ověřují mnohem větším počtem úloh než v případě jedné či dvou variant testu. Přináší však určitá omezení pro skupinová srovnání, zvláště jde-li o malé skupiny. Například v roce 2015 řešilo každou úlohu jen zhruba 80 žáků vyučovaných podle Hejného, kteří nemusí dobře reprezentovat všechny žáky využívající Hejného metodu v celé ČR. Pokud bychom chtěli dále porovnávat odpovědi žáků, kteří používali Hejného metodu, ale lišili se používáním učebnic (viz obrázky 1.1 a 1.2 v předchozích částech), dostali bychom se na zhruba 40 žáků ve skupině, což už je příliš malý počet pro statistické analýzy. I proto lze srovnání výsledků z matematiky pro dvě skupiny žáků dle metody výuky považovat za robustnější než srovnání tří skupin na základě používání učebnic. Nicméně testové sešity byly všechny použity ve všech třídách a jejich přiřazení bylo náhodné, nezvýhodňovalo tedy určitou skupinu ve srovnání.

1.4 SHODA OBSAHU TESTŮ S OBSAHEM VÝUKY

Prostřednictvím učitelských dotazníků bylo zjišťováno, zda žáci měli příležitost seznámit se s učivem obsaženým v testech. Některá příbuzná témata, která jsou v koncepci šetření TIMSS rozdělena do samostatných kategorií, byla v dotazníku pro zjednodušení spojena. I přesto si však lze z odpovědí učitelů učinit představu, jak se obsah testů shoduje s obsahem výuky. Grafy na obrázcích 1.3 a 1.4 znázorňují podíly žáků, kteří jednotlivá témata probrali[7] dříve než ve 4. ročníku, ve 4. ročníku a kteří se s nimi zatím nesetkali, v členění podle používané metody výuky. Z grafů je patrné, že jak v roce 2015, tak v roce 2019 obsah testů poměrně dobře korespondoval s probraným učivem s výjimkou dvou témat – desetinná čísla a úhly. Z dalších testovaných témat neměla část žáků zkušenost se zlomky,[8] s tělesy (včetně vztahů s jejich znázorněním v rovině) a také s učivem z tematického okruhu data.

Pokud jde o srovnání dvou skupin žáků podle používané metody výuky, v roce 2015 se žáci vyučovaní podle Hejného setkali s většinou témat ve výuce dříve, přičemž od ostatních žáků se nejvíce odlišovali dřívějším zařazením těchto témat: počítání a operace se zlomky; číselné řady; užití neformálních soustav souřadnic k určení polohy bodů v rovině; určování a odhad obsahu, obvodu a objemu; čtení údajů z tabulek a diagramů; vyvozování závěrů ze zobrazených dat. Žáci, kteří nepoužívali Hejného metodu, měli ve výuce dříve zařazeno pouze téma násobek, dělitel, sudá a lichá čísla. Celkově se žáci vyučovaní podle Hejného setkali do doby testování (ve 4. ročníku nebo dříve) v průměru s 12,4 tématy, ostatní žáci s 11 tématy, což je statisticky významný rozdíl.

V roce 2019 byly rozdíly v zařazení témat do výuky mezi oběma skupinami žáků celkově menší než v roce 2015. Žáci vyučovaní podle Hejného měli ve výuce v průměru dříve zařazena dvě témata z tematického okruhu data a patrně také zlomky.[9] Naopak o něco později měli žáci vyučovaní podle Hejného do výuky zařazena témata rovnoběžky a kolmice, měření a určování hmotnosti, objemu a času a číselné řady. V celkovém počtu témat zařazených do výuky do doby testování (ve 4. ročníku nebo dříve) nebyl mezi oběma skupinami statisticky významný rozdíl. Ze 17 témat uvedených v dotazníku se žáci vyučovaní podle Hejného setkali s 12 tématy, ostatní žáci s 11,8 tématy.

Pro úplnost jsme dále porovnali, jak se mezi žáky vyučovanými Hejného metodou liší zařazení témat v závislosti na tom, zda jejich učitel používal učebnice Hejného a kol., nebo učebnice jiných autorů (tabulky 1.5 a 1.6). Toto porovnání je pouze orientační, protože vzorek žáků vybraných pro šetření TIMSS obsahoval zejména v roce 2015 příliš malé počty tříd s Hejného výukou (14 a 14 tříd) na to, aby bylo možné z pozorovaných rozdílů vyvozovat obecnější závěry. Pozorované rozdíly přesto naznačují, že základní rozdělení žáků pouze podle metody výuky (metoda Hejný vs. metoda NeHejný) může být do jisté míry zavádějící, protože žáci používající stejnou metodu, ale různé učebnice mohou mít dosti odlišnou vzdělávací zkušenost. Data z roku 2019, která jsou založena na větším počtu tříd vyučovaných podle Hejného (27 a 23 tříd), ukazují, že zařazení témat do výuky ve skupině žáků, jejichž učitelé se hlásili k Hejného metodě, ale používali jiné učebnice, se v řadě ohledů blíží spíše žákům, kteří nepoužívali Hejného metodu.[10] Údaje o zařazení témat do výuky tak podporují tvrzení, že informace o používané učebnici je užitečným kritériem, které by mělo být při uvažování o Hejného metodě výuky bráno v úvahu.

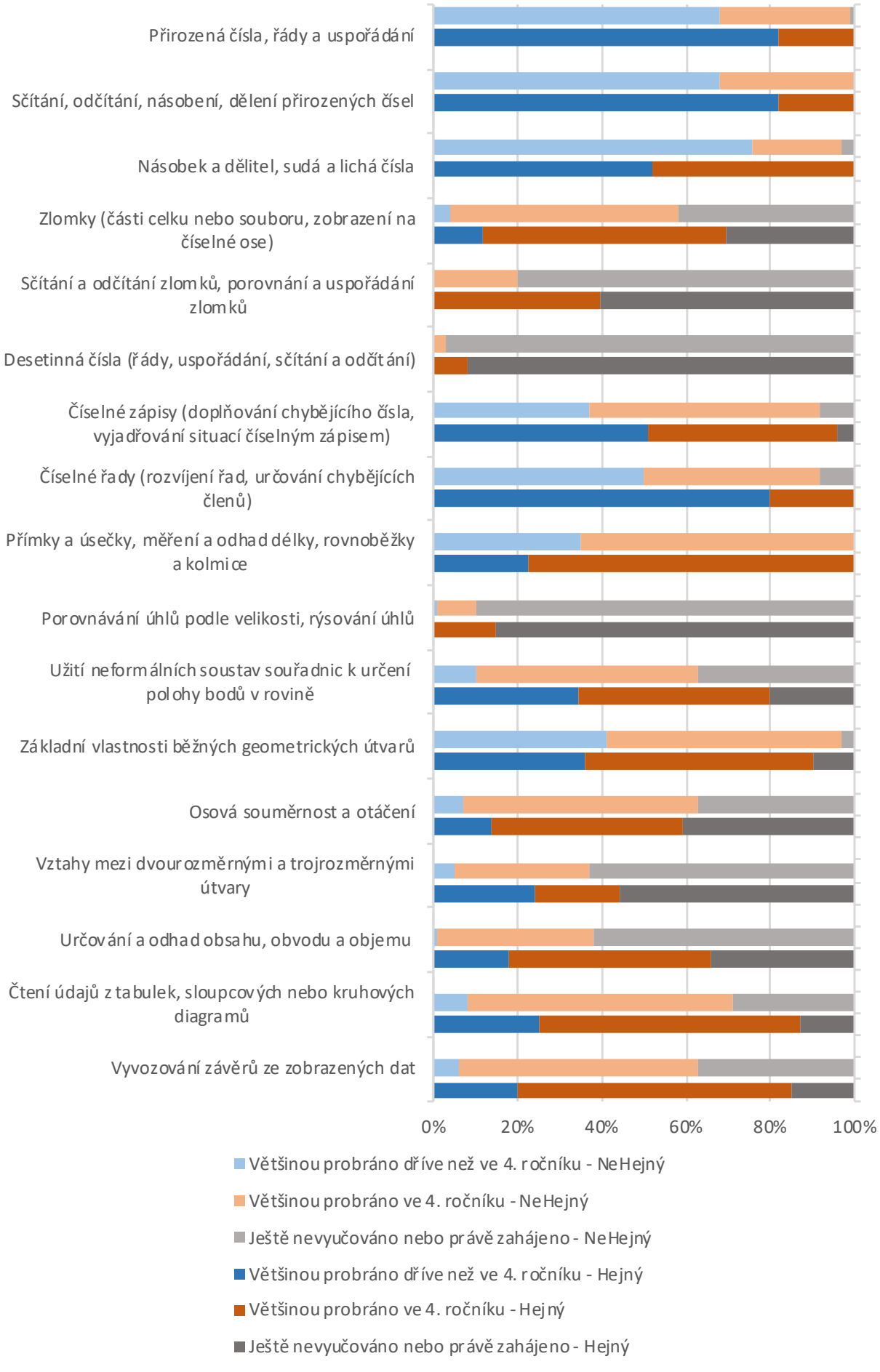
7 Jsme si vědomi toho, že ve výuce podle Hejného je obtížné určit hranici, kdy bylo určité téma „probráno“, protože matematické představy se u žáků budují postupně. Do grafu přebíráme formulaci, která byla použita v dotazníku pro učitele.

8 Obrázek 1.3 naznačuje, že v roce 2015 byla řada žáků v době testování již obeznámena s pojmem zlomku, ale dosud neměla mnoho zkušeností s operacemi se zlomky. V roce 2019 byla obeznámenost žáků se zlomky zjišťována pouze jednou otázkou, a data tak nelze přímo porovnat.

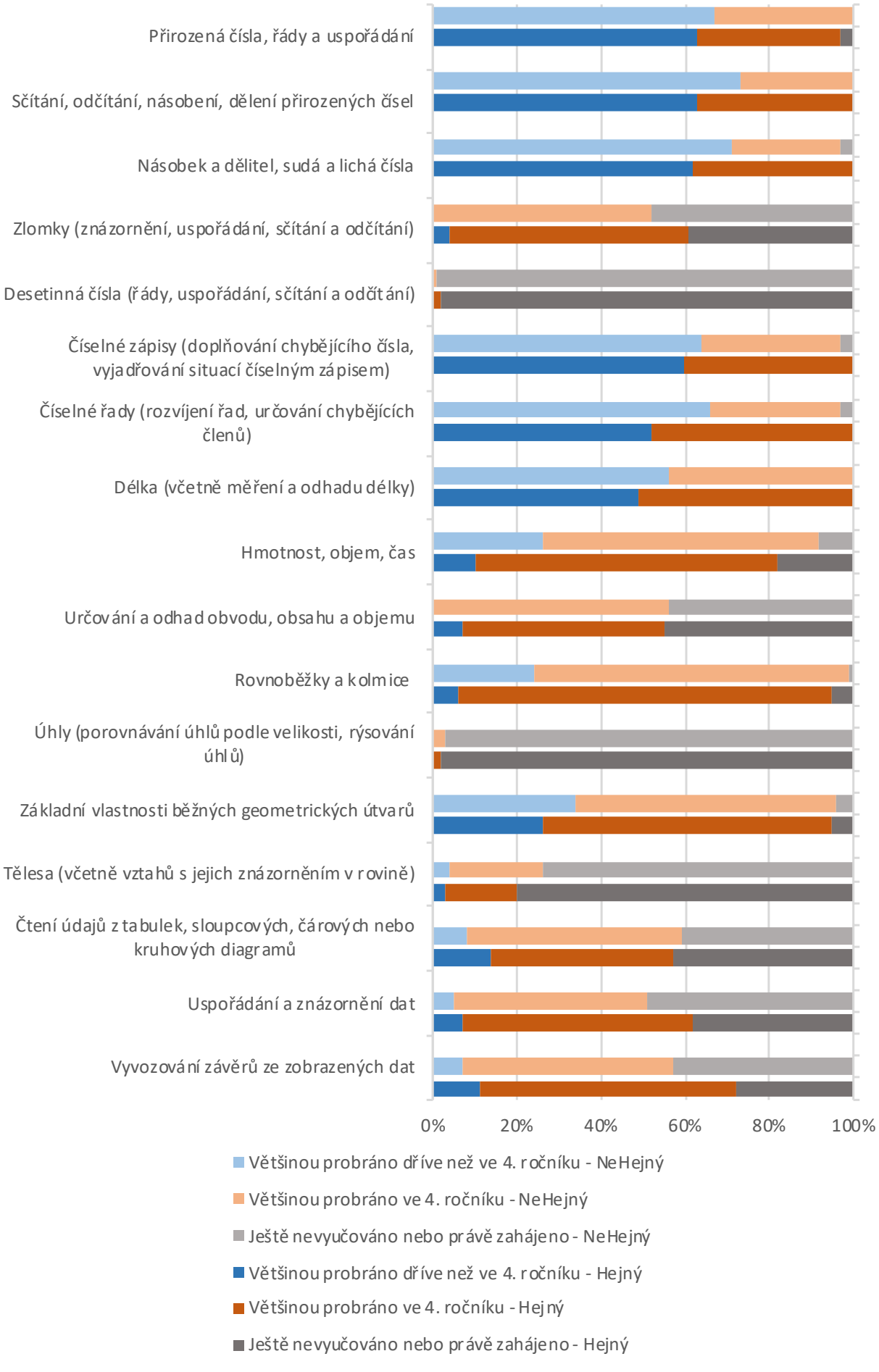
9 Data z šetření TIMSS 2015 naznačovala, že žáci vyučovaní Hejného metodou se v průměru dříve seznámili nejen s pojmem zlomků, ale především pak s počítáním a dalšími operacemi se zlomky. Spojení těchto dvou témat do jedné dotazníkové otázky může zakrývat rozdíly v hloubce proniknutí do tématu mezi oběma skupinami.

10 V sedmi z celkového počtu 17 témat bylo v roce 2019 jejich zařazení do výuky srovnatelné pro všechny tři skupiny žáků (tj. NeHejný, Hejný s učebnicí a Hejný bez učebnice), v dalších sedmi tématech se jejich zařazení do výuky ve skupině Hejný bez učebnice spíše blíží skupině NeHejný než skupině Hejný s učebnicí.

OBRÁZEK 1.3 **Zařazení témat do výuky dle používané metody výuky matematiky (TIMSS 2015)**



OBRÁZEK 1.4 **Zařazení témat do výuky dle používané metody výuky matematiky (TIMSS 2019)**



TABULKA 1.5 **Rozdíly v zařazení témat do výuky podle používané učebnice – pouze žáci s Hejného metodou (TIMSS 2015)**

	Podíl žáků (%), kteří se s tématem setkali...			
	... většinou dříve než ve 4. ročníku		... většinou ve 4. ročníku	
Téma	Hejný s učebnicí	Hejný bez učebnice	Hejný s učebnicí	Hejný bez učebnice
Přirozená čísla, řády a uspořádání	67	100	33	0
Sčítání, odčítání, násobení, dělení přirozených čísel	74	93	26	7
Násobek, dělitel, sudá a lichá čísla	41	65	59	35
Zlomky	21	0	77	33
Sčítání a odčítání zlomků, porovnání a uspořádání zlomků	0	0	51	25
Desetinná čísla	0	0	15	0
Číselné zápisy	57	45	39	52
Číselné řady	87	71	13	29
Přímky a úsečky, měření a odhad délky, rovnoběžky a kolmice	20	26	80	74
Porovnávání úhlů podle velikosti, rýsování úhlů	0	0	14	17
Užití neformálních soustav souřadnic k určení polohy bodů v rovině	58	4	26	71
Základní vlastnosti běžných geometrických útvarů	50	18	45	66
Osová souměrnost a otáčení	14	13	30	65
Vztahy mezi dvourozměrnými a trojrozměrnými útvary	44	0	25	13
Určování a odhad obsahu, obvodu a objemu	27	5	59	35
Čtení údajů z tabulek, sloupcových nebo kruhových diagramů	42	4	40	90
Vyvozování závěrů ze zobrazených dat	32	4	47	90

TABULKA 1.6 **Rozdíly v zařazení témat do výuky podle používané učebnice – pouze žáci s Hejného metodou (TIMSS 2019)**

	Podíl žáků (%), kteří se s tématem setkali...			
	... většinou dříve než ve 4. ročníku		... většinou ve 4. ročníku	
Téma	Hejný s učebnicí	Hejný bez učebnice	Hejný s učebnicí	Hejný bez učebnice
Přirozená čísla, řády a uspořádání	65	62	31	38
Sčítání, odčítání, násobení, dělení přirozených čísel	50	79	50	21
Násobek, dělitel, sudá a lichá čísla	43	85	57	15
Zlomky	7	0	75	36
Desetinná čísla	0	0	5	0
Číselné zápisy	61	59	39	41
Číselné řady	60	42	40	58
Délka	35	65	65	35
Hmotnost, objem, čas	3	18	71	73
Určování a odhad obvodu, obsahu a objemu	14	37	57	63
Rovnoběžky a kolmice	0	14	91	86
Úhly	0	0	0	4
Základní vlastnosti běžných geometrických útvarů	22	32	68	68
Tělesa (včetně vztahů s jejich znázorněním v rovině)	3	4	12	24
Čtení údajů z tabulek, sloupcových, čárových nebo kruhových diagramů	16	10	48	38
Uspořádání a znázornění dat	9	4	67	40
Vyvozování závěrů ze zobrazených dat	13	9	67	53

1.5 EXPERTNÍ POSOUZENÍ TESTOVÝCH ÚLOH

V rámci testování matematiky ve výzkumu TIMSS 2015 žáci řešili celkem 169 matematických úloh. Každá úloha byla zaměřena na jedno téma (viz příloha 1) a jednu kategorii dovedností. Přibližně 55 % úloh bylo s výběrem odpovědi, 45 % bylo otevřených. Celý soubor matematických úloh byl rozdělen do 14 bloků obsahujících 11–14 úloh tak, aby každá úloha byla zařazena pouze v jednom bloku. Z bloků bylo vytvořeno 14 variant testových sešitů, které byly v rámci neúplného testového designu rozděleny mezi testované žáky. Každý sešit obsahoval dva matematické a dva přírodovědné bloky o přibližně stejném rozsahu. Bloky byly do testových sešitů rozděleny tak, aby se každý blok vyskytoval ve dvou různých testových sešitech. Tím bylo zajištěno vzájemné propojení různých variant testu. V jednotlivých matematických blocích byly zastoupeny úlohy ze všech tematických celků i kategorií dovedností. Nebylo možné zaručit, aby blok pokrýval všechna témata, protože témat byl větší počet než úloh v bloku. V rámci testu jako celku však bylo zastoupeno celé spektrum úloh, které v předem stanoveném poměru pokrývaly všechna témata i všechny tři kategorie matematických dovedností. Ve svém testovém sešitě řešil každý žák zhruba 25 matematických úloh. TIMSS 2019 obsahoval celkem 171 matematických úloh. Ty byly podobně jako v TIMSS 2015 rozděleny do 14 bloků složených z 11–14 úloh, které ověřovaly různé oblasti učiva i různé matematické dovednosti. Systém rozdělení úloh do bloků a přidělení bloků jednotlivým žákům byl stejný jako v roce 2015.

S podobou testových úloh se lze seznámit v publikacích Janouškové et al. (2019) a Tomáška et al. (2021), které jsou ke stažení na webových stránkách České školní inspekce. Tyto publikace obsahují testové úlohy, které byly mezinárodním centrem uvolněny ke zveřejnění bezprostředně po představení prvních mezinárodních výsledků. U každé úlohy je v publikaci uvedeno její plné znění a rovněž téma a kategorie dovedností, jejichž zvládnutí úloha ověřuje. Z šetření TIMSS 2015 bylo ke zveřejnění uvolněno 6 ze 14 bloků úloh (viz Janoušková et al., 2019). Zbývající úlohy zůstaly utajeny, aby mohly být v následující vlně testování použity jako kotvicí úlohy, které zajistí srovnatelnost testů v čase. V šetření TIMSS 2019 bylo tedy obsaženo osm bloků s kotvicími úlohami a šest bloků bylo tvořeno nově vyvinutými úlohami, které odrážely mj. změny ve vymezení testovaného učiva (pokrývaly nová témata nebo témata, na něž byl nově kladen větší důraz). Po testování TIMSS 2019 bylo opět uvolněno 6 ze 14 matematických bloků (viz Tomášek et al., 2021), zbylých osm bloků zůstalo utajeno pro příští použití. Pro utajené úlohy není k dispozici jejich znění, ale je známo, na jaké téma a jakou dovednost se zaměřují.[11]

Ze šesti bloků uvolněných po šetření TIMSS 2019 byly čtyři zadávány již v šetření TIMSS 2015. Zbývající dva bloky obsahovaly nové úlohy, které byly uvolněny mj. proto, aby se veřejnost mohla seznámit s inovacemi v tvorbě testových úloh. Díky dodatečnému uvolnění dříve tajných úloh máme pro TIMSS 2015 nyní k dispozici celkem 135 úloh ze 169. To již poskytuje solidní oporu pro posouzení obsahu testu i pro analýzu žákovských znalostí a dovedností v dílčích oblastech matematického učiva (viz část 2.2). Při analýze testů TIMSS 2019 jsme mohli využít jen 70 uvolněných úloh, což představuje necelou polovinu z celkového počtu. Přesto je to stále více úloh, než kolik obsahují matematické testy běžně zadávané v ČR.

Uvolněné testové úlohy jsme nechali posoudit expertkou na didaktiku matematiky, prof. Naďou Vondrovou z katedry matematiky a didaktiky matematiky Pedagogické fakulty Univerzity Karlovy. Jejím úkolem bylo rozdělit úlohy do tří skupin – na ty, v nichž by očekávala vyšší úspěšnost žáků vyučovaných podle Hejného (dále označované jako H-úlohy), ty, v nichž by očekávala vyšší úspěšnost žáků, kteří nejsou vyučováni podle Hejného (dále označované jako neH-úlohy), a ty, které by měly obě skupiny žáků řešit se zhruba stejnou úspěšností (tzv. neutrální úlohy). Naším cílem bylo jednak nezávisle ověřit, zda testy TIMSS nejsou vychýleny ve prospěch jedné či druhé skupiny žáků, jednak získat podklady pro další analýzy (které prezentujeme v části 2.2). Výsledky expertního posouzení uvádí tabulka 1.7.

11 Klasifikaci testových úloh lze najít na webových stránkách mezinárodního centra TIMSS (https://timssandpirls.bc.edu) ve složce Item Information Tables, stručná zadání úloh (včetně nezveřejněných) jsou dostupná v technické dokumentaci (Martin, Mullis & Hooper, 2016, kapitola 14; Martin, von Davier & Mullis, 2020, kapitola 15).

TABULKA 1.7 Expertní posouzení uvolněných testových úloh

Očekávaná úspěšnost	TIMSS 2015		TIMSS 2019	
	Počet	Podíl	Počet	Podíl
Vyšší u žáků s Hejného metodou (H-úlohy)	42	31 %	28	40 %
Vyšší u žáků bez Hejného metody (neH-úlohy)	23	17 %	8	11 %
Stejná u obou skupin (neutrální úlohy)	70	52 %	34	49 %
Celkem	135	100 %	70	100 %

Mezi zveřejněnými úlohami je podle expertního posouzení nejvíce (zhruba 50 %) neutrálních úloh, které by měly být stejně náročné pro obě skupiny žáků. Ve zbývající polovině úloh je pak relativně více těch, v nichž lze očekávat vyšší úspěšnost žáků vyučovaných podle Hejného, než těch, v nichž by měli být úspěšnější žáci, kteří nepoužívají Hejného metodu. To může být zčásti ovlivněno tím, jaké konkrétní úlohy byly vybrány ke zveřejnění. Z poměrného zastoupení úloh v šetření TIMSS 2015, z něhož bylo možné posoudit většinu (80 %) testových úloh, se nicméně zdá, že test jako celek zřejmě skutečně obsahoval o něco více úloh, které mohou lépe vyhovovat žákům s Hejného metodou. To však nezpochybňuje nestrannost testu, jehož obsah vychází z mezinárodního konsenzu na tom, co by žáci čtvrtého ročníku měli z matematiky znát.

Expertní hodnocení uvolněných úloh jsme porovnali s jejich klasifikací podle koncepce šetření TIMSS. Z hlediska matematického obsahu se v neH-úlohách objevují především dvě témata z tematického okruhu čísla – počítání s přirozenými čísly (sčítání, odčítání, násobení, dělení) a počítání s desetinnými čísly. To je v souladu s všeobecně sdílenou představou, že Hejného metoda dostatečně nerozvíjí početní dovednosti. V H-úlohách se z tematického okruhu čísla objevují úlohy zaměřené na zlomky a na matematické výrazy a vztahy. To odpovídá nejen všeobecným představám o silných stránkách Hejného metody, ale také zjištěním z učitelských dotazníků prezentovaným v části 1.4. Z tematického okruhu geometrie a měření očekávala expertka vyšší úspěšnost Hejného žáků v úlohách zaměřených na určování obvodu či obsahu obrazců zakreslených ve čtvercové síti, na určování objemu těles vyplněných krychlemi a na zobrazení těles v rovině. V TIMSS 2015 bylo mezi H-úlohami i několik geometrických úloh zařazených do tématu používání neformálních soustav souřadnic k určení polohy bodů v rovině, které byly založeny na principu krokování, v TIMSS 2019 toto téma z testů vypadlo. Všechny úlohy z tematického okruhu data byly (s výjimkou jedné úlohy z TIMSS 2019) expertkou hodnoceny jako neutrální. Naopak z odpovědí učitelů v dotaznících vyplývá, že s úlohami na čtení a práci s daty by měli mít více zkušeností žáci s Hejného metodou. Zde je třeba vzít v úvahu, že při expertním hodnocení nebylo posuzováno pouze téma úlohy, ale její konkrétní zadání včetně číselných hodnot, s nimiž úloha pracuje. Proto se mohou výsledky expertního hodnocení rozcházet s výpověďmi učitelů v dotaznících, které jsou mnohem obecnější.

Zastoupení posouzených úloh ve třech kategoriích dovedností podle koncepce šetření TIMSS uvádí tabulka 1.8. Byť se konkrétní číselné údaje trochu liší, **pro oba roky testování platí, že H-úlohy jsou relativně více zastoupeny v kategorii *uvažování* a neH-úlohy v *prokazování znalostí***. Zatímco celkové zastoupení H-úloh v testu je 31 % (TIMSS 2015), popř. 40 % (TIMSS 2019), mezi úlohami z kategorie *uvažování* jich je v testech TIMSS 2015 44 % a v testech TIMSS 2019 dokonce 67 %. Naopak v kategorii *prokazování znalostí* tvoří H-úlohy v obou letech jen zhruba 20 %. Zcela opačnou tendenci pozorujeme u neH-úloh, kterých je v celém testu 17 % (TIMSS 2015), popř. 11 % (TIMSS 2019), ale v oblasti *používání znalostí* přibližně dvakrát více (29 %, popř. 27 %), a naopak v kategorii *uvažování* mnohem méně (v TIMSS 2019 není mezi uvolněnými úlohami z této kategorie dokonce žádná). V oblasti *používání znalostí* odpovídá poměrné zastoupení H-úloh a neH-úloh zhruba jejich zastoupení v testu jako celku.

TABULKA 1.8 Zastoupení expertně posouzených úloh v kategoriích dovedností TIMSS

Kategorie dovedností		H-úlohy	neH-úlohy	Neutrální úlohy	Počet úloh
Prokazování znalostí	TIMSS 2015	17 %	29 %	54 %	52
	TIMSS 2019	23 %	27 %	50 %	26
Používání znalostí	TIMSS 2015	37 %	11 %	52 %	56
	TIMSS 2019	41 %	4 %	55 %	29
Uvažování	TIMSS 2015	44 %	7 %	48 %	27
	TIMSS 2019	67 %	0 %	33 %	15
Celkem	TIMSS 2015	31 %	17 %	52 %	135
	TIMSS 2019	40 %	11 %	49 %	70

2 VÝSLEDKY ŽÁKŮ V MATEMATICE

Vzdělávací výsledky žáků jsou v debatě o Hejného metodě klíčovým tématem. Tvůrci a propagátoři Hejného metody jsou přesvědčeni, že vede k lepším matematickým znalostem, které vyplývají z hlubšího porozumění matematice a jejím zákonitostem díky tomu, že je žáci sami objevují (Hejný, 2012; H-mat, 2020). Na druhé straně kritici Hejného metody varují před tím, že učení objevováním může vést k chybnému zobecnění a vytvoření nesprávných představ (Motl, 2014, 2018). Často se také objevují argumenty, že Hejného metoda nevěnuje dostatek prostoru procvičování, a proto u žáků dostatečně nerozvíjí počtářskou zdatnost (Barták, 2018; Pokorný, 2018; Skoupá, 2018).[12] Podle kritiků se žáci vyučovaní Hejného metodou nemohou při provádění běžných výpočtů opřít o nacvičené dovednosti, a proto jsou v počítání pomalejší. Zastánci Hejného metody připouštějí, že v prvních letech školní docházky může vést k pomalejšímu provádění některých výpočtů, ale v páté třídě se rychlost srovná (Mach, 2018). Proti tomu někteří kritici namítají, že deficit v počtářských dovednostech se projevuje i na druhém stupni, kdy mají žáci, kteří na prvním stupni prošli výukou podle Hejného, problémy např. s počítáním se zlomky nebo s úpravou výrazů. Mohou mít také potíže s rýsováním, které údajně rovněž nemají dostatečně procvičené (Mazáčová, 2020).

V minulých letech bylo provedeno několik šetření, jejichž cílem bylo právě porovnání výsledků žáků vyučovaných Hejného metodou s výsledky jiných žáků (ČŠI, 2017a, 2018; Kalibro, 2018; Kunčarová, 2018; Chytrý et al., 2019). Tato šetření ukázala, že žáci vyučovaní Hejného metodou dosáhli srovnatelných, nebo dokonce lepších výsledků než ostatní žáci, vypovídací hodnota těchto studií je však z různých důvodů omezená (podrobněji v úvodu této zprávy). S využitím dat z testů TIMSS zde přinášíme porovnání, které překonává hlavní nedostatky dřívějších studií, byť má také své limity, které zmiňujeme níže. Vedle celkových výsledků se zaměříme též na dílčí oblasti matematického učiva, abychom mohli lépe porozumět zjištěným rozdílům ve výsledcích a ověřit argumenty zastánců i kritiků Hejného metody. K tomu využíváme expertní posouzení testových úloh, které jsme popsali v části 1.5.

V této kapitole nejprve popíšeme škály, na kterých prezentujeme a porovnáváme dosažené matematické znalosti a dovednosti (2.1). Dále porovnáme výsledky žáků na těchto škálách (2.2) a v jednotlivých testových úlohách (2.3). Nakonec do analýzy přidáváme další proměnné, které mohou rovněž ovlivňovat výsledky žáků (2.4), abychom mohli správně interpretovat zjištěné rozdíly mezi žáky.

2.1 ŠKÁLY PRO PREZENTACI VÝSLEDKŮ

Ve veřejně dostupné databázi TIMSS je výsledek každého žáka v matematice vyjádřen pomocí pěti tzv. pravděpodobných hodnot (*plausible values*) uváděných na škále, která má mezinárodní průměr 500 a směrodatnou odchylku 100. Tyto hodnoty se odhadují pomocí tzv. IRT modelů,[13] které na základě toho, s jakou úspěšností žáci řeší zadané testové úlohy (položky), odhadují jejich obecné (tzv. latentní, tj. přímo neměřitelné) matematické znalosti a dovednosti. IRT modely při odhadu latentních vlastností zohledňují nejen počet správných odpovědí, ale také obtížnost správně zodpovězených položek a další parametry. Díky tomu dávají přesnější informaci o úrovni žákových znalostí a dovedností, než jakou by poskytl pouhý součet správných odpovědí. IRT modely rovněž umožňují pracovat s testy zadávanými formou neúplného testového designu, pokud jsou jednotlivé varianty testu propojeny přes společné úlohy (to bylo v šetření TIMSS zajištěno).

Při mezinárodním zpracování výsledků žáků z šetření TIMSS se konkrétně používá tzv. podmíněný IRT model, který využívá informace o tom, jak žák odpověděl na zadané testové úlohy, o jejich parametrech (obtížnosti, rozlišovací schopnosti, popř. uhádnutelnosti) a o dalších charakteristikách, které o sobě žák uvedl v žákovském dotazníku (Martin, Mullis & Hooper, 2016; Martin, von Davier & Mullis, 2020). Protože jedním z cílů šetření TIMSS je sledovat v zúčastněných zemích také časové trendy ve vývoji matematických znalostí a dovedností, používá se pro stanovení parametrů testových úloh IRT model, který zohledňuje mezinárodní data nejen z aktuálního šetření, ale také z předchozího roku testování.[14] Takto získané parametry testových úloh potom vstupují do regresního modelu, který pro každého žáka odhadne předpokládanou úroveň matematických znalostí a dovedností v závislosti na jeho odpovědích na testové úlohy, ale také na dotazníkové otázky. Předpokládaná úroveň matematických znalostí a dovedností není vyjádřena jednou číselnou hodnotou, ale statistickým normálním rozdělením, které má určitý průměr a rozptyl. Z tohoto rozdělení se pak náhodně vybere pět hodnot (*plausible values*) vyjadřujících pravděpodobnou úroveň žákových matematických znalostí a dovedností. To je v mezinárodních šetřeních běžný způsob zpracování testových dat, který umožňuje popsat a v dalších analýzách zohlednit chybu odhadu na individuální úrovni způsobenou tím, jaké konkrétní testové položky byly danému žákovi přiděleny. Všechny následné výpočty s testovými výsledky je kvůli tomu třeba provádět pětkrát a nakonec zprůměrovat, případně použít speciální funkce ve statistických programech, které příslušné výpočty provádějí automaticky.

Počínaje rokem 2019 byla zemím zapojeným do šetření TIMSS nabídnuta možnost přejít na elektronickou formu testování na počítačích nebo na tabletech. Tuto možnost v roce 2019 využila asi polovina zúčastněných zemí včetně České republiky. Pro potřeby elektronického testování byly všechny starší testové úlohy převedeny do elektronického formátu a nové úlohy byly vytvářeny ve dvou paralelních variantách – papírové a elektronické. Aby byla zaručena srovnatelnost výsledků v situaci, kdy část zemí přešla na elektronické testování a část zůstala u tištěných testových sešitů, byla při výpočtu *plausible values* v roce 2019 navíc provedena ještě korekce na formu testu.[15]

V této analýze nepracujeme s *plausible values* z mezinárodní databáze, ale se skóry (hodnotami), které jsme nově odhadli pomocí IRT modelů pouze na českých datech z příslušného roku testování. Protože nás v této analýze zajímají nejen celkové výsledky žáků v matematice,

12 Na tuto výhradu, kterou sdíleli i někteří učitelé vyučující Hejného metodou, zareagovali tvůrci Hejného metody přidáním nového prostředí Abaku, které má dětem pomoci upevňovat počtářské dovednosti (H-mat, 2018). Prostředí Abaku je doplněno do nových učebnic Hejného a kol., které od roku 2018 vydává společnost H-mat. Žáci, jejichž výsledky analyzujeme v této zprávě, pracovali se staršími učebnicemi Hejného a kol. z nakladatelství Fraus, které úlohy z prostředí Abaku neobsahují.

13 IRT (Item response theory) bývá do češtiny někdy překládáno jako teorie odpovědi na položku. Jedná se o moderní přístup ke zpracování a skórování testů, který nabízí řadu výhod oproti klasické teorii testů.

14 V šetření TIMSS 2015 byla pro stanovení parametrů testových úloh využita data z let 2015 a 2011 od 41 zemí, v šetření TIMSS 2019 byla využita data z let 2015 a 2019 rovněž od 41 zemí.

15 Mezinárodní pilotní studie, která předcházela vlastnímu šetření TIMSS 2019 (Fishbein et al., 2018), dospěla k závěru, že elektronické testy mohou být pro žáky o něco obtížnější než testy papírové. Proto bylo zapotřebí provést korekci, aby výsledky zemí, které se rozhodly pro elektronické testy, nebyly neférově ovlivněny jejich potenciálně vyšší náročností.

ale také jejich výsledky v úlohách, v nichž by měla být podle expertního posouzení úspěšnější jedna nebo druhá skupina žáků podle používané metody výuky, potřebovali jsme vypočítat hodnoty, které by reprezentovaly znalosti a dovednosti žáků v takto definovaných dílčích oblastech matematiky. Abychom mohli výsledky žáků v těchto dílčích oblastech, pro které v mezinárodní databázi neexistuje žádná obdoba, porovnávat s celkovým výsledkem v matematice, použili jsme stejný postup jak pro dílčí oblasti, tak pro matematiku jako celek. Při analýze výsledků testů na národní úrovni, kdy neusilujeme o srovnání s jinými zeměmi, vede tento přístup k přesnějšímu odhadu matematických znalostí a dovedností, protože lépe zohledňuje obtížnost testových položek pro české žáky.[16] Obdobný postup jsme dosud v ČR nezaznamenali, všechny dosud provedené sekundární analýzy dat TIMSS nebo jiných mezinárodních šetření (např. PISA) pracují pouze s *plausible values* dostupnými v mezinárodních datech, navíc často pouze s jednou z těchto pěti hodnot, což se nedoporučuje. Jsme si vědomi toho, že elektronické testy zadávané v roce 2019 mohly klást na žáky vyšší nároky než dřívější testy papírové. Jelikož však výsledky z obou let testování analyzujeme odděleně, nebylo nutné uplatňovat korekci na formu testu, protože v rámci České republiky měli všichni žáci testovaní v roce 2019 stejné podmínky.

Pomocí IRT modelů jsme odhadli celkem čtyři hodnoty:[17]

- matematika celkem (MAT_all) – celkový skór založený na žákovských odpovědích na všechny testové položky,
- H-úlohy (MAT_H) – dílčí skór založený na žákovských odpovědích na položky, v nichž by podle expertního posouzení měli dosahovat lepších výsledků žáci vyučovaní Hejného metodou,
- neH-úlohy (MAT_neH) – dílčí skór založený na žákovských odpovědích na položky, v nichž by podle expertního posouzení měli dosahovat lepších výsledků žáci, kteří nejsou vyučováni Hejného metodou,
- neutrální úlohy (MAT_neut) – dílčí skór založený na žákovských odpovědích na položky, v nichž by se podle expertního posouzení neměli žáci vyučovaní Hejného metodou odlišovat od žáků vyučovaných jinými metodami.

Pro odhadnutí skórů vyjadřujících znalosti a dovednosti žáků v matematice a jejích dílčích oblastech jsme použili tzv. generalized partial credit model (Muraki, 1992). Výpočty byly provedeny v balíku mirt statistického prostředí R (Chalmers, 2012). Získané skóry jsme přepočetli na škály s průměrem 500 a směrodatnou odchylkou 100, abychom žákovské znalosti a dovednosti měřili v podobných jednotkách, jaké se používají při prezentaci mezinárodních výsledků TIMSS.[18]

Data z let 2015 a 2019 jsme zpracovávali odděleně. Celkem tedy vzniklo osm škál – pro každý rok testování škála celková, na níž je vyjádřena úroveň znalostí a dovedností v matematice jako celku, a tři škály dílčí, které vyjadřují znalosti v oblastech matematického učiva vymezených na základě expertního posouzení testových úloh. Pro porovnání výsledků v dílčích oblastech matematiky je vhodnější použít dílčí škály z TIMSS 2015, které jsou robustnější než dílčí škály z TIMSS 2019, protože jsou založeny na větším počtu zveřejněných úloh, a tedy i větším počtu žákovských odpovědí.[19] Výsledky na dílčích škálách z roku 2019 mohou posloužit k potvrzení nebo vyvrácení tendencí pozorovaných na datech z roku 2015, mělo by se k nim však přistupovat s vědomím toho, že jsou založeny na mnohem menších počtech testových úloh.

16 Například úlohy testující učivo, které je v ČR ve většině škol zařazeno až po testování TIMSS (např. desetinná čísla nebo úhly – viz obrázky 1.3 a 1.4), jsou pro české žáky obtížné, i když testují jednoduché znalosti a v mezinárodním měřítku mají nízkou obtížnost.

17 Na rozdíl od mezinárodního zpracování dat jsme pro každou ze sledovaných oblastí matematiky odhadovali pro každého žáka pouze jednu *plausible value*.

18 Námi vytvořená škála je analogická té mezinárodní, ale není s ní identická. Na mezinárodní škále představuje hodnota 500 mezinárodní průměr, Česká republika dosáhla v roce 2015 výsledku 528, v roce 2019 výsledku 533. Na námi vytvořené škále je 500 průměr českých žáků v příslušném roce testování.

19 Expertně posouzeny byly jen zveřejněné testové úlohy. Vzhledem k neúplnému testovému designu (každou úlohu řešili jen ti žáci, jimž byla přidělena) jsou dílčí skóry vycházející ze zveřejněných úloh založeny na menších počtech žákovských odpovědí celkový skór, který vychází ze všech úloh. Díky dodatečnému zveřejnění většiny testových úloh z TIMSS 2015 jsou dílčí škály z tohoto testování založeny na větším počtu žákovských odpovědí než dílčí škály z TIMSS 2019, z něhož byla zatím zveřejněna jen necelá polovina úloh (viz též části 1.3 a 1.5).

Korelace mezi mezinárodními a nově vypočítanými hodnotami celkových matematických znalostí je 0,89 pro TIMSS 2015 a 0,91 pro TIMSS 2019. Od mezinárodních hodnot se nové odhady liší hlavně ze tří důvodů: v námi vytvořených škálách nejsou zohledněna data z jiných zemí, dále nejsou zohledněny výsledky z předchozího roku testování a konečně vycházejí pouze z odpovědí žáků na testové úlohy a nezohledňují jejich další charakteristiky zjišťované pomocí dotazníků. Korelace mezinárodních hodnot s našimi odhady matematických znalostí v dílčích oblastech matematického učiva jsou nižší: 0,69, resp. 0,74 pro H-úlohy, 0,58, resp. 0,55 pro neH-úlohy a 0,78, resp. 0,80 pro neutrální úlohy. Nižší korelace dílčích škál s mezinárodními škálami jsou přirozené, protože dílčí oblasti reprezentují jen určitý výsek z celého testu. Například v dílčích oblastech H-úlohy a neH-úlohy nejsou zastoupeny položky z tematického okruhu data.

2.2 ROZDÍLY MEZI ŽÁKY PODLE POUŽÍVANÉ METODY VÝUKY

Tabulky 2.1 a 2.2 uvádějí průměrné výsledky žáků v matematice v roce 2015 a 2019 v členění podle používané metody výuky. U žáků vyučovaných Hejného metodou jsou výsledky dále uvedeny v podrobnějším členění podle používaných učebnic. V tabulce je vždy nejprve uveden výsledek v matematickém testu jako celku, v dalších sloupcích pak následují výsledky v dílčích oblastech matematiky vymezených na základě expertního posouzení testových úloh.

V tabulce 2.2 pro úplnost uvádíme také výsledky žáků, pro něž nemáme vyplněný dotazník o používané metodě výuky. Předpokládáme, že se pravděpodobně jedná o žáky, kteří nepoužívají žádnou z alternativních metod výuky, a proto jejich školy neměly motivaci dotazník vyplnit a odeslat. Průměrné výsledky těchto žáků se pohybují kolem hodnoty 500 či mírně pod ní, podobně jako výsledky žáků, kteří nepoužívají Hejného metodu. Jejich vynechání z dalších analýz by tedy nemělo výrazně ovlivňovat výpovědní hodnotu našich zjištění.

TABULKA 2.1

Průměrné výsledky žáků v matematice podle používané metody výuky a učebnice (TIMSS 2015)

Poznámky:
SD – směrodatná odchylka,
N – počet žáků

		Matematika celkem	H-úlohy	neH-úlohy	Neutrální úlohy
Metoda výuky a učebnice	Průměr	496	496	499	498
	SD	100	99	99	99
	N	4251	4251	3635	4251
Metoda Hejný	Průměr	523	524	503	520
	SD	100	104	100	100
	N	536	536	466	536
z toho: Hejný bez učebnice	Průměr	514	508	500	515
	SD	101	102	105	103
	N	237	237	209	237
z toho: Hejný s učebnicí	Průměr	531	538	505	524
	SD	100	103	97	98
	N	299	299	257	299

TABULKA 2.2 **Průměrné výsledky žáků v matematice podle používané metody výuky a učebnice (TIMSS 2019)**

Poznámky:
SD – směrodatná odchylka,
N – počet žáků

		Matematika celkem	H-úlohy	neH-úlohy	Neutrální úlohy
Metoda výuky a učebnice)	Průměr	499	494	507	500
	SD	99	101	99	97
	N	2331	1365	1031	1365
Metoda Hejný	Průměr	516	524	493	509
	SD	103	97	101	104
	N	936	526	388	526
z toho: Hejný bez učebnice	Průměr	513	515	503	511
	SD	105	100	106	104
	N	417	235	173	235
z toho: Hejný s učebnicí	Průměr	519	531	485	506
	SD	102	95	95	104
	N	519	291	215	291
Chybí údaj o metodě	Průměr	494	497	497	494
	SD	99	98	100	102
	N	1422	796	600	796

Rozdíly v průměrných výsledcích jednotlivých skupin žáků jsme otestovali pomocí statistických testů. Pro porovnání dvou základních skupin podle metody výuky jsme použili dvouvýběrový t-test, pro porovnání tří skupin podle učebnic analýzu rozptylu. Výsledky tohoto porovnání jsou shrnuty v tabulce 2.3. Tabulka pro větší přehlednost uvádí pouze rozdíly mezi žáky vyučovanými Hejného metodou a referenční skupinou žáků, kteří nepoužívali Hejného metodu (rozdíly mezi dvěma podskupinami „Hejného“ žáků, které se liší v používání učebnic, v tabulce nejsou uvedeny). Kladné hodnoty rozdílů značí lepší výsledek žáků vyučovaných Hejného metodou, záporné hodnoty lepší výsledek žáků, kteří nepoužívali Hejného metodu.

Při interpretaci výsledků je třeba mít na paměti, že t-test ani analýza rozptylu nezohledňují kromě používané metody výuky žádné další proměnné, které také mohou mít vliv na výsledky žáků. Dále nezohledňují efekt, který má na výsledky žáků jejich sdružování do tříd. Tato omezení řeší víceúrovňové regresní modely, které uvádíme v části 2.4. Z těchto modelů je patrné, že při zohlednění dalších vlivů efekt metody výuky klesne (podrobněji viz část 2.4).

TABULKA 2.3

Rozdíly v průměrných výsledcích žáků s Hejného metodou a žáků, kteří nepoužívají Hejného metodu

Škála		Metoda Hejný – metoda NeHejný	Hejný bez učebnice – metoda NeHejný	Hejný s učebnicí – metoda NeHejný
Matematika celkem	TIMSS 2015	27,0*** (4,7)	17,7* (6,9)	34,2*** (6,2)
	TIMSS 2019	16,7*** (4,0)	13,7* (5,4)	19,2*** (5,0)
H-úlohy	TIMSS 2015	28,1*** (4,9)	11,2 (6,9)	41,1*** (6,1)
	TIMSS 2019	29,7*** (5,1)	20,8** (7,1)	37,1*** (6,6)
neH-úlohy	TIMSS 2015	4,1 (5,1)	1,2 (7,4)	6,5 (6,6)
	TIMSS 2019	–13,3* (6,0)	3,2 (8,7)	–21,9** (7,4)
Neutrální úlohy	TIMSS 2015	22,0*** (4,7)	17,0* (6,9)	26,0*** (6,1)
	TIMSS 2019	8,1 (5,3)	10,8 (7,0)	5,9 (6,5)

Poznámky:
Kladná hodnota rozdílu znamená lepší výsledek dané skupiny žáků ve srovnání s žáky, kteří nevyužívají Hejného metodu. V závorkách standardní chyby.
*Rozdíl je významný na hladině $p \leq 0,05$, **rozdíl je významný na hladině $p \leq 0,01$, ***rozdíl je významný na hladině $p \leq 0,001$.

Z údajů v tabulce 2.3 je patrné, že **žáci vyučovaní Hejného metodou dosáhli jak v roce 2015, tak v roce 2019 v matematice statisticky významně lepšího výsledku**. Z dílčích oblastí matematiky byl v obou letech prokázán lepší výsledek žáků s Hejného metodou v H-úlohách, na zbývajících dvou dílčích škálách se jejich výsledky mezi lety liší. Zatímco v roce 2015 měli žáci vyučovaní podle Hejného významně lepší výsledek také v neutrálních úlohách a v neH-úlohách si vedli srovnatelně s ostatními žáky, v roce 2019 byl jejich výkon v neutrálních úlohách stejný s ostatními žáky a v neH-úlohách dopadli významně hůře. Vzhledem k většímu počtu uvolněných úloh, na nichž jsou založeny dílčí škály, jsou data z šetření TIMSS 2015 pro výsledky na dílčích škálách spolehlivější. Výsledky z roku 2019 jsou mnohem více ovlivněny tím, jaké konkrétní úlohy byly vybrány ke zveřejnění (to se týká zejména neH-úloh, kterých bylo v roce 2019 pouze osm). Proto považujeme za vhodnější vycházet spíše z dat z roku 2015, případně sledovat obecné tendence, které se projevují v obou letech testování. Na základě dat z obou let testování lze říci, že **žáci vyučovaní Hejného metodou dosahují lepších výsledků v učivu, na které se Hejného výuka cíleně zaměřuje. Jejich výkony v ostatních oblastech matematického učiva jsou relativně slabší, nebylo však jednoznačně prokázáno, že by v nich zaostávali za ostatními žáky**.

Lepší výsledek žáků s Hejného metodou celkově v matematice lze vysvětlit především jejich vyšší úspěšností v řešení H-úloh, v nichž předčili ostatní žáky zhruba o 30 bodů. H-úlohy se navíc zaměřovaly spíše na kognitivně náročnější matematické dovednosti (viz část 1.5), a jsou tedy z povahy věci obtížnější. Při použití IRT škálovacích metod se jejich správné zodpovězení projeví vyšší hodnotou celkového výsledku než správné zodpovězení stejného počtu méně obtížných úloh zaměřených na prokazování znalostí. To však neznamená, že by testy žáky s Hejného výukou neférově zvýhodňovaly. **Obsah testů vychází z mezinárodního konsenzu na tom, co by žáci 4. ročníku měli z matematiky znát, a předpokládá, že cílem výuky matematiky by nemělo být jen osvojování znalostí, ale také jejich využívání v situacích vyžadujících aplikaci znalostí a matematické uvažování. To jde prokazatelně lépe dětem vyučovaným podle Hejného matematiky**.

Menší rozdíl ve prospěch žáků s Hejného výukou v matematice jako celku v šetření TIMSS 2019 ve srovnání s TIMSS 2015 lze přičíst jejich celkově nižší úspěšnosti v oblastech, na které tato metoda neklade zvláštní důraz (tj. v neutrálních a neH-úlohách). Konkrétní bodový výsledek, který u Hejného žáků pozorujeme na neH-škále, může být ovlivněn malým počtem zveřejněných úloh. Nižší úspěšnost však pozorujeme i v neutrálních úlohách, kterých byl již dostatečný počet pro vytvoření spolehlivé dílčí škály. Do celkového výsledku v roce 2019 se samozřejmě promítá i úspěšnost v řešení nezveřejněných úloh, jejichž zadání neznáme a nemohli jsme je nechat expertně posoudit. S ohledem na změny v koncepci obsahu testů mezi lety 2015 a 2019 (posílení tématu měření, vynechání tématu poloha bodů v rovině apod., viz část 1.3) je možné, že nezveřejněné úlohy obsahují o něco větší podíl těch, které

více vyhovují žákům s běžnou výukou matematiky. Pro ověření této hypotézy bude třeba počkat na další zveřejnění úloh, které by mělo proběhnout na přelomu let 2024/25. Na základě dostupných dat lze nicméně říci, že lepší zvládnutí učiva, na které se Hejného výuka cíleně zaměřuje, se u žáků vyučovaných podle Hejného projeví lepším výsledkem v matematice pouze tehdy, když si dostatečně dobře osvojí také další oblasti učiva. Data z šetření TIMSS zatím ukazují, že tyto oblasti zvládají dostatečně, byť výsledky z roku 2019 vyznívají méně příznivě.

Lepší výsledek žáků vyučovaných Hejného metodou by neměl být přeceňován. Jak už jsme zmínili výše, t-test nezohledňuje možný vliv dalších proměnných ani sdružování žáků do tříd. Navíc v roce 2019 se rozdíl oproti ostatním žákům podstatně snížil. Při směrodatné odchylce 100 představuje rozdíl pro TIMSS 2015 méně než 0,3 směrodatné odchylky (Cohenovo d = 0,27) a pro TIMSS 2019 dokonce méně než 0,2 směrodatné odchylky (Cohenovo d = 0,16), což je z hlediska věcné významnosti považováno za malý rozdíl. Nicméně se jedná o mírně větší rozdíl, jaký je na mezinárodní škále TIMSS mezi průměrem České republiky a většinou evropských zemí, které měly v matematice statisticky významně lepší výsledek než ČR, jako například Irsko (rozdíl 19 bodů v roce 2015, resp. 15 bodů v roce 2019), Anglie (rozdíl 18, resp. 23 bodů) či Litva (rozdíl 7, resp. 9 bodů). Výrazně lepších výsledků na mezinárodní škále pak dosáhlo z evropských zemí Severní Irsko (rozdíl proti ČR v roce 2015 42 bodů, tedy 0,42 směrodatné odchylky, v roce 2019 rozdíl 33 bodů) a především asijské země (Korea rozdíl 80, resp. 67 bodů, Japonsko rozdíl 65, resp. 60 bodů). Velikost rozdílu mezi „Hejného" a „NeHejného" žáky můžeme také porovnat s rozdíly ve výsledcích ČR na mezinárodní škále TIMSS v průběhu času. Často bývá zmiňován pokles výsledků českých žáků od roku 1995. Ten byl největší mezi TIMSS 1995 a TIMSS 2007 (pokles z 541 na 486, rozdíl 55 bodů, tedy více než polovina směrodatné odchylky), ostatní meziroční změny již byly menší (zlepšení mezi roky 2007 a 2011 o 25 bodů, poté mezi roky 2011 a 2015 zlepšení o 17 bodů následované již jen nevýznamným zlepšením o 5 bodů mezi roky 2015 a 2019). Mezi výsledky roku 1995 a 2019 je tedy pokles o 8 bodů.

Tabulka 2.3 dále uvádí podrobnější porovnání výsledků pro skupiny žáků podle používaných učebnic. Lepšího celkového výsledku v matematice dosáhly obě skupiny s Hejného výukou, rozdíl oproti žákům bez Hejného výuky je nicméně průkaznější u žáků, kteří používají také Hejného učebnice. Hlavní příčinu spatřujeme opět ve vyšší úspěšnosti v H-úlohách. Data z obou let testování shodně ukazují, že v H-úlohách mají žáci s Hejného učebnicemi zhruba o 40 bodů lepší výsledek než žáci bez Hejného výuky. Jsou tedy podstatně lepší v oblastech, na něž se Hejného výuka zaměřuje. Pro oblasti učiva, kde expertka očekávala stejný nebo horší výsledek žáků s Hejného výukou, jsou výkony žáků používajících Hejného učebnice nejednoznačné. Výsledky z roku 2015 se neshodují s expertním odhadem, výsledky z roku 2019 ano, zde však bylo posuzováno výrazně méně zveřejněných úloh a výsledky tak jsou méně robustní.

Ještě složitější je zhodnocení výsledků žáků, kteří používají Hejného metodu bez učebnic. Obecně lze říci, že jejich výsledky se více blíží žákům bez Hejného výuky. V roce 2015 naznačovala vyšší hodnota rozdílu této skupiny oproti žákům bez Hejného výuky na celkové škále (17,7 bodů) než na dílčích škálách (11,2, 1,2 a 17 bodů), že za rozdílem v celkovém výsledku bude stát jejich lepší výkon v nezveřejněných úlohách, které nemohly být expertně posouzeny. To se však na datech z roku 2019 nepotvrdilo, zde se zdá být hlavním důvodem lepšího výsledku v matematice vyšší úspěšnost v H-úlohách, v nichž byli v roce 2015 srovnatelní s žáky bez Hejného výuky. Výsledky žáků, kteří používají Hejného metodu bez učebnic tedy značně kolísají, což je pravděpodobně způsobeno tím, že tato skupina zahrnuje různé varianty využívání Hejného metody, které si mohou být i poměrně dost vzdálené. Ve výsledcích těchto žáků proto nelze vysledovat žádnou pravidelnost, která by se potvrzovala opakovaně.

Porovnání výsledků podle používaných učebnic prokázalo **lepší zvládnutí učiva, na které se Hejného výuka zaměřuje, pouze u žáků, kteří používali také Hejného učebnice**. U žáků, kteří využívali Hejného metodu bez učebnic, jsou výsledky nejednoznačné. Vzhledem k malým počtům tříd s Hejného výukou v roce 2015 a malému počtu zveřejněných úloh v roce 2019 má provedené porovnání podle metody a učebnic spíše orientační charakter, nicméně rozlišování učebnic se zdá být důležitým hlediskem, kterému by v budoucnu měla být věnována větší výzkumná pozornost.

2.3 ODLIŠNÉ FUNGOVÁNÍ POLOŽEK

O odlišném fungování položek (zkráceně DIF z anglického *differential item functioning*) hovoříme, když žáci ze dvou různých sociálních skupin (například chlapci a dívky, žáci z etnické minority a majority apod.) mají různou pravděpodobnost správné odpovědi na určitou položku (v našem případě úlohu z testu), přestože jejich celková úroveň znalostí a dovedností je stejná. Odlišně fungující položky jsou potenciálně neférové, protože mohou jednu skupinu nespravedlivě znevýhodňovat například užitím terminologie, která je pro jednu skupinu méně obvyklá než pro druhou. Protože při porovnávání pravděpodobnosti správné odpovědi bere v úvahu celkovou úroveň znalostí a dovedností, přináší analýza odlišného fungování položek informace, které by při prostém porovnání procentuální úspěšnosti v obou skupinách nemusely být viditelné (Martinková et al., 2017). Detekce odlišně fungujících položek vzhledem k pohlaví, etniku či sociálně ekonomickému statusu by měla být běžnou součástí vývoje znalostních testů a položky, v nichž jsou rozdíly mezi skupinami způsobeny faktory nesouvisejícími s testovaným učivem, by měly být z testu vyřazeny.

Analýza odlišného fungování položek může také poukázat na oblasti učiva, které jedna skupina zvládá relativně lépe (nebo naopak hůře) než druhá (Martinková et al., 2020). V tomto kontextu může odlišné fungování položek sloužit jako důkaz o účinnosti výuky (tzv. *instructional sensitivity*), pokud bude detekováno v položkách ověřujících učivo, na které se zkoumaný výukový postup cíleně zaměřoval, kdežto v běžné výuce je obsaženo v mnohem menší míře. V tomto smyslu bylo naším cílem využít DIF analýzu k ověření toho, zda žáci vyučovaní Hejného metodou budou při stejné úrovni matematických znalostí a dovedností úspěšněji než ostatní žáci řešit konkrétní úlohy, kde by se to na základě jejich expertního posouzení dalo očekávat, nebo naopak zda budou v některých úlohách méně úspěšní než ostatní žáci. Touto cestou jsme chtěli především ověřit různá tvrzení, která se často objevují ve veřejných diskusích o Hejného metodě (např. že Hejného metoda dostatečně nerozvíjí zběhlost v počítání), ale zpravidla nejsou podložena daty.

Tím, že se DIF analýza zaměřuje na úspěšnost dvou skupin v řešení konkrétních testových úloh, může dále pomoci interpretovat rozdíly mezi těmito skupinami v celkových výsledcích nebo na dílčích škálách. Provedené DIF analýzy však plní i osvětovou roli, protože na konkrétních příkladech ukazují, jakým způsobem by mohly být analyzovány i jiné testy zadávané v ČR (včetně didaktických testů používaných u přijímacích zkoušek a u maturit), aby se ověřila jejich férovost. Ukázka DIF analýzy, kterou přinášíme v této části, tak může sloužit i jako podklad pro diskusi o tvorbě férového testu pro sledování dopadů různých způsobů výuky matematiky.

Při analýze odlišného fungování položek jsme použili jako měřítko celkových znalostí a dovedností v matematice první pravděpodobnou hodnotu (*plausible value*) z databáze TIMSS, která je v datech již obsažena pro všechny žáky. Pro detekci DIF jsme využili model logistické regrese, v němž je pravděpodobnost správného zodpovězení položky modelována pomocí znalostí a dovedností v matematice, příslušnosti ke skupině a jejich interakce. V prvním kroku jsme testovali existenci jakéhokoliv DIF, následně jsme pak u položek s detekovaným DIF testovali, o jaký typ odlišného fungování se jedná. Při analýze odlišného fungování položek označujeme jako tzv. uniformní DIF situaci, kdy má jedna skupina systematicky vyšší pravděpodobnost správné odpovědi než druhá. Oproti tomu tzv. neuniformní DIF nastává v případě, kdy mezi slabšími žáky má vyšší pravděpodobnost správné odpovědi jedna skupina, zatímco mezi lepšími žáky druhá skupina. Jelikož testování probíhalo položka po položce, využili jsme Benjamini-Hochbergovu korekci na mnohonásobná porovnání. Výpočty byly provedeny ve statistickém prostředí R s využitím balíku difNLR (Hladká & Martinková, 2020).

Analýzu odlišného fungování položek jsme provedli nejprve na datech z TIMSS 2015. Kvůli nízkému počtu žáků vyučovaných Hejného metodou ve výzkumném souboru jsme skupiny vytvořili pouze na základě metody (metoda Hejný vs. metoda NeHejný), nerozlišovali jsme používání učebnic. Z informací o zařazení témat do výuky (v části 1.4) a z porovnání celkových výsledků v matematice (v části 2.2) vyplynulo, že správnější by bylo rozlišovat i používání učebnic, protože vzdělávací zkušenost žáků, kteří využívají stejnou metodu, ale jiné učebnice, se může značně lišit. Provedená analýza odlišného fungování je tedy spíše jen orientační, protože nízké počty žáků nám nedovolily používání učebnic zohlednit.

Výsledky DIF analýzy na datech TIMSS 2015 uvádíme v tabulce 2.4. Položky rozdělujeme do tří kategorií na základě jejich expertního posouzení, abychom ověřili, zda v takto definovaných skupinách testových úloh lze vysledovat nějaké systematické odlišnosti mezi skupinami žáků podle používané metody. Čtvrtou kategorii tvoří nezveřejněné úlohy. Tato kategorie obsahuje směs úloh různého typu, jejichž zadání není přesně známo a nelze jednoznačně posoudit jejich obsah ani ověřované dovednosti. Pro každou kategorii položek uvádíme, v kolika z nich bylo prokázáno statisticky významné odlišné fungování a zda bylo ve prospěch žáků s Hejného výukou, bez Hejného výuky nebo zda se jednalo o tzv. neuniformní DIF. Ilustrační příklady testových položek s odlišným fungováním ve prospěch jedné či druhé skupiny a s neuniformním DIF pak uvádíme v příloze 3.

TABULKA 2.4 **Položky s odlišným fungováním pro různé metody výuky (TIMSS 2015)**

Kategorie	Celkový počet položek	Z toho položky s odlišným fungováním	Z toho položky s uniformním DIF ve prospěch Hejného metody	Z toho položky s uniformním DIF ve prospěch NeHejného metody	Z toho položky s neuniformním DIF
H-úlohy	42	5	2	1	2
neH-úlohy	23	1	0	1	0
Neutrální úlohy	70	5	1	0	4
Nezveřejněné úlohy	34	4	2	1	1
Celkem	169	15	5	3	7

Z údajů v tabulce 2.4 vyplývá, že položky se statisticky významným odlišným fungováním jsou ojedinělé (je jich pouze 15 z celkového počtu 169 úloh). Zároveň nelze říci, že by se odlišné fungování shodovalo s expertním posouzením testových úloh. Nejvíce úloh s odlišným fungováním mělo neuniformní DIF, to znamená, že v nich žádná skupina žáků nebyla systematicky lepší ani horší.

Obdobnou analýzu odlišného fungování položek jsme provedli na datech TIMSS 2019. Přitom jsme využili toho, že část testových položek byla zadávána již v roce 2015 a bylo u nich již ověřováno odlišné fungování. U položek, které v roce 2015 zadávané nebyly nebo které byly zadávané, ale neprokázalo se u nich odlišné fungování, jsme při testování DIF použili Benjamini-Hochbergovu korekci na mnohonásobná porovnání, abychom předešli falešné detekci z důvodu velkého množství provedených testů. U položek, které byly zadávané již v roce 2015 a zároveň u nich byl prokázán DIF (jednalo se celkem o 9 položek), jsme korekci nepoužili, jelikož šlo o ověření předchozích výsledků.

Analýza potvrdila odlišné fungování u pěti z devíti položek, které vykazovaly DIF v roce 2015 a byly zadány opakovaně v roce 2019 (z toho dvě byly detekovány i v případě přísnějšího testování při použití korekce na mnohonásobná porovnání). Dále analýza odhalila DIF u čtyřech položek, které byly v roce 2019 zadávány opakovaně, ale v roce 2015 se u nich DIF neprokázal, a rovněž u deseti nově zadaných položek.

Výsledky analýzy odlišného fungování položek na datech TIMSS 2019 shrnuje tabulka 2.5. I v tomto případě bylo položek s odlišným fungováním minimum (19 z celkového počtu 171) a nejvíce jich opět mělo neuniformní DIF. Provedená **analýza odlišného fungování položek tedy nepoukázala na žádné oblasti učiva, v nichž by žáci vyučovaní Hejného metodou dosahovali při stejné úrovni matematických znalostí a dovedností systematicky lepších nebo naopak systematicky horších výsledků než ostatní žáci**.

TABULKA 2.5 Položky s odlišným fungováním pro různé metody výuky (TIMSS 2019)

Kategorie	Celkový počet položek	Z toho položky s odlišným fungováním	Z toho položky s uniformním DIF ve prospěch Hejného metody	Z toho položky s uniformním DIF ve prospěch NeHejného metody	Z toho položky s neuniformním DIF
H-úlohy	28	3	2	0	1
neH-úlohy	8	2	0	2	0
Neutrální úlohy	34	0	0	0	0
Nezveřejněné úlohy	101	14	4	2	8
Celkem	171	19	6	4	9

Kromě analýzy odlišného fungování u všech zadávaných testových úloh jsme se dále podrobněji zaměřili pouze na ty položky, ve kterých byl DIF prokázán opakovaně. Položky s prokázaným odlišným fungováním a obzvláště pak ty, u kterých se odlišné fungování potvrdilo opakovaně, mohou naznačovat určité oblasti, v nichž je Hejného metoda silnější než jiné metody výuky a v čem má naopak rezervy. Na druhou stranu na základě pouhých pěti opakovaně detekovaných položek je složité jakkoli zobecňovat, zvláště pak v situaci, kdy u jiných položek s podobným zaměřením se odlišné fungování nepotvrdilo. Následující popis konkrétních testových úloh, v nichž se opakovaně potvrdilo odlišné fungování, tedy spíše jen otevírá cestu k dalšímu uvažování o tom, kam by se mohla Hejného metoda dále rozvíjet, má spíše explorativní charakter bez možnosti vyvozování platnějších zobecňujících závěrů.

V první položce, ve které se opakovaně potvrdilo odlišné fungování, měli žáci označit dvě rovnoběžné strany lichoběžníku (položka ME61080). Podle koncepce TIMSS byla tato položka zařazena do tematického okruhu *geometrie a měření*, konkrétně do tématu rovnoběžky a kolmice, a z hlediska dovedností se zaměřovala na *prokazování znalostí* (ověřovala znalost pojmu rovnoběžka). V této úloze dosahovali jak v roce 2015, tak v roce 2019 při stejné úrovni celkových znalostí a dovedností systematicky lepších výsledků žáci bez Hejného metody a také podle expertního posouzení byla úloha hodnocena jako neH-úloha. Testy TIMSS 2015 obsahovaly sedm úloh zabývajících se tématem rovnoběžek nebo kolmic, v testech TIMSS 2019 bylo takových úloh šest. DIF ve prospěch žáků bez Hejného metody byl identifikován ještě v jedné z nich (viz její popis níže), v ostatních úlohách z tohoto tématu měli žáci z obou skupin při stejné úrovni znalostí a dovedností stejnou pravděpodobnost správné odpovědi. Nižší úspěšnost žáků s Hejného metodou v této konkrétní úloze ještě nemusí znamenat, že hůře rozumí pojmu rovnoběžka, mohla být způsobena například také neznalostí pojmu lichoběžník, který nebyl hlavním tématem této úlohy, ale objevil se v jejím zadání.

Druhá položka s opakovaně potvrzeným odlišným fungováním (položka ME61081A) patří rovněž do oblasti *geometrie a měření* a do tématu rovnoběžky a kolmice. Jednalo se o konstrukční úlohu, v níž měli žáci za úkol narýsovat rovnoběžku k přímce procházející určitým bodem. V této úloze byl detekován DIF ve prospěch žáků bez Hejného výuky (viz ukázka 3 v příloze 3) a také expertka ji hodnotila jako neH-úlohu. Na potíže s rýsováním u žáků s Hejného výukou poukazují i některé diskuse v médiích (Pokorný, 2018). Testy TIMSS obsahovaly celkem pět konstrukčních úloh, z toho čtyři byly zadávány opakovaně v obou letech. Odlišné fungování měla kromě této položky ještě opakovaně zadávaná úloha zaměřená na rýsování úhlů. V ní byl detekován neuniformní DIF, ale pouze v roce 2019, u ostatních konstrukčních úloh se odlišné fungování nepotvrdilo. Na základě dat TIMSS tedy nelze jednoznačně říci, že by žáci vyučovaní podle Hejného měli rezervy v rýsování. Zároveň je třeba říci, že testy TIMSS nejsou příliš vhodné pro ověřování konstrukčních dovedností žáků, protože obsahují jen velmi málo konstrukčních úloh a ty se navíc zaměřují pouze na konstrukci přímek a úhlů a nezabývají se například konstrukcí kružnic, trojúhelníků či dalších geometrických útvarů.

Třetí položka, kde se potvrdilo odlišné fungování v obou letech (položka ME61172), nebyla zveřejněna, ale z technické dokumentace k šetření TIMSS (Martin, Mullis & Hooper, 2016; Martin, von Davier & Mullis, 2020) vyplývá, že v ní měli žáci za úkol určit hodnotu neznámé v zápisu matematické rovnosti. Předpokládáme, že se jedná o podobnou úlohu jako v ukázce 2 v příloze 3. Úloha byla zařazena do tematického okruhu *čísla* a zaměřovala se na určování chybějícího čísla nebo znaménka. Z hlediska matematických dovedností vyžadovala *používání znalostí*. Úloh podobného typu se v testech TIMSS 2015 vyskytovalo osm, z toho ve dvou byl detekován DIF ve prospěch žáků s Hejného metodou. V testech TIMSS 2019 se podobných úloh vyskytovalo rovněž osm (z toho šest bylo převzato z roku 2015) a DIF ve prospěch Hejného metody byl detekován ve třech. Všechny úlohy z tohoto tématu, které byly uvolněny ke zveřejnění, byly expertně hodnoceny jako H-úlohy. Data TIMSS tak ve shodě s expertním hodnocením do určité míry naznačují, že Hejného výuka by mohla podporovat lepší pochopení konceptu matematické rovnosti. Koncept matematické rovnosti je pro žáky 4. ročníku obecně náročný a řada z nich k jeho pochopení dospěje zřejmě až v pozdějším věku (viz komentář k ukázkové úloze v příloze 3). Analýza odlišného fungování položek ukazuje, že žáci s Hejného metodou výuky mají v některých případech vyšší pravděpodobnost správné odpovědi než stejně zdatní žáci s jinou metodou výuky. Jednoznačně to však data z šetření TIMSS neprokazují, protože u některých úloh zaměřených na téma matematické rovnosti odlišné fungování detekováno nebylo a opakovaně bylo odlišné fungování potvrzeno pouze v jedné testové úloze z možných šesti. Pro vyvození jednoznačných závěrů by bylo zapotřebí další zkoumání včetně rozboru chybných odpovědí v úlohách s gradovanou obtížností.

Čtvrtá položka s opakovaně potvrzeným odlišným fungováním (položka ME61252) patří dle koncepce TIMSS opět do tematického okruhu *čísla* a zaměřovala se konkrétně na rozpoznání nebo zapsání výrazů vyjadřujících problémové situace. Úloha nebyla zveřejněna, ale podle dostupných údajů z technické dokumentace se jedná o slovní úlohu, ve které měli žáci za úkol z nabízených možností vybrat číselné vyjádření (jednoduchou rovnici), které jim umožní najít řešení slovně popsané problémové situace. Žáci nemuseli slovní úlohu počítat, položka pouze ověřovala, zda jsou schopni přejít od slovního vyjádření určité situace k jejímu matematickému vyjádření. Z hlediska dovedností byla úloha zařazena do kategorie *používání znalostí*. V této úloze byl v roce 2015 detekován DIF ve prospěch žáků s Hejného výukou, v roce 2019 pak neuniformní DIF, kdy mezi slabšími a průměrnými žáky měli vyšší pravděpodobnost správné odpovědi žáci s Hejného výukou a mezi nadprůměrnými žáci bez Hejného výuky. Testy TIMSS obsahovaly více obdobných slovních úloh, které požadovaly výběr správného matematického zápisu z několika možností, v žádné z nich nemuseli žáci příslušný zápis sami psát ani nemuseli úlohu počítat. Ty úlohy, které byly zveřejněny, hodnotila expertka jako neutrální. DIF byl prokázán pouze v této jediné úloze. Potvrzené odlišné fungování v této konkrétní úloze nemusí ještě znamenat, že by Hejného výuka lépe napomáhala k pochopení matematické podstaty slovních úloh, respektive že by v tom lépe pomáhala slabším žákům. Odlišné fungování zde může být způsobeno třeba i nějakým detailem v zadání úlohy, který nemůžeme posoudit, protože úloha zůstává zatím utajená.

Konečně pátá úloha s opakovaně potvrzeným odlišným fungováním (položka ME51075) se zaměřovala na zlomky a desetinná čísla a žáci v ní měli z nabídky čtyř různých zlomků vybrat ten, který se rovná 0,4. Tato úloha byla pro české žáky velmi obtížná, správnou odpověď uvedlo v roce 2015 11 %, v roce 2019 17 % žáků. V obou letech byl v této položce detekován neuniformní DIF, přičemž u slabších a průměrných žáků byly predikované pravděpodobnosti správných odpovědí v obou skupinách podobné (velmi nízké) a výrazněji se lišily až u vysoce nadprůměrných žáků, kdy měli vyšší pravděpodobnost správné odpovědi žáci s Hejného metodou. Testy TIMSS obsahovaly řadu úloh na zlomky a desetinná čísla, přičemž z expertního posouzení vyplynulo, že žáci s Hejného metodou by měli lépe zvládat úlohy na pochopení zlomků a operace s nimi, zatímco žáci bez Hejného metody si lépe poradí s desetinnými čísly. Také údaje z učitelských dotazníků naznačují dřívější seznámení s tématem zlomků ve třídách s Hejného výukou. Analýza odlišného fungování položek to však nepotvrdila, odlišné fungování se prokázalo jen v ojedinělých případech. Je však třeba vzít v úvahu, že vzhledem k vysoké obtížnosti úloh na zlomky a desetinná čísla pro české žáky je obtížné odlišné fungování detekovat, neboť položky na tato témata obecně mezi českými žáky 4. ročníku málo rozlišují. Pro ověření toho, zda žáci s Hejného výukou lépe rozumí zlomkům, by bylo vhodné provést podobnou analýzu až v 5. nebo 6. ročníku.

Oproti očekávání se rovněž nepotvrdilo odlišné fungování v početních úlohách. Názor, že Hejného metoda nevěnuje dostatečnou pozornost rozvoji početních dovedností, se často objevuje ve veřejných diskusích a také expertka předpokládala, že žáci s Hejného výukou budou v početních úlohách méně úspěšní. Analýza odlišného fungování položek ukázala

DIF ve prospěch žáků bez Hejného metody za oba roky celkem ve čtyřech úlohách, z nichž se na provádění výpočtů zaměřovala pouze jediná (jedná se o nezveřejněnou úlohu zaměřenou na dělení trojciferného čísla jednociferným číslem, která byla zadávána v roce 2019). Kromě toho byl v jedné početní úloze zjištěn neuniformní DIF, který byl pro žáky do celkové úrovně znalostí a dovedností 560 bodů ve prospěch žáků bez Hejného metody, nad touto hodnotou pak již měli větší pravděpodobnost správné odpovědi žáci s Hejného metodou. U řady dalších početních úloh s celými nebo desetinnými čísly se však odlišné fungování nepotvrdilo (viz např. ukázka 1 v příloze 3). Provedené analýzy odlišného fungování položek tak nepodporují tvrzení, že Hejného metoda u žáků zanedbává početní dovednosti.

2.4 VZTAHY MEZI VÝSLEDKEM ŽÁKŮ V MATEMATICE A DALŠÍMI PROMĚNNÝMI

Srovnání průměrných výsledků v matematice, které uvádíme v části 2.2, vypovídá o reálně existujících rozdílech ve výkonech jednotlivých skupin žáků. Pouze z tohoto srovnání však nelze vyvodit závěr, že příčinou pozorovaných rozdílů je právě použitá metoda výuky. Ke kauzálním závěrům bychom potřebovali rozsáhlý longitudinální výzkum, který by měřil posun žáků v čase, zatímco zde jde pouze o ex post srovnání dvou skupin. I to ale můžeme provádět s kontrolou dalších proměnných, které mohou mít vliv na dosažené výsledky z matematiky. Z dřívějších výzkumů i z pedagogické praxe je známo, že výsledky žáků jsou ovlivněny mnoha různými faktory na straně žáků i učitelů. Tyto proměnné je třeba zahrnout do analýzy, abychom mohli správně interpretovat podstatu zjištěných rozdílů mezi skupinami.

V datech, která obsahují údaje získané v jednom časovém okamžiku, jako jsou také data z šetření TIMSS, se pro kontrolování vlivu dalších proměnných používají vícenásobné regresní modely. Ty umožňují odhadnout tzv. čistý efekt, který má na závisle proměnnou (např. výsledek žáka) sledovaná nezávisle proměnná (např. používaná metoda výuky), když jsou všechny ostatní nezávisle proměnné vstupující do modelu udržovány na konstantních hodnotách. Pokud po zařazení dalších proměnných do modelu poklesne dříve pozorovaná souvislost mezi používanou metodou výuky a výsledkem žáků, máme důvod se domnívat, že pozorované rozdíly jsou způsobeny spíše jinými okolnostmi než použitou metodou výuky, například odlišným složením žáků ve třídách využívajících různé metody výuky. Při prezentování výsledků regresních modelů se většinou užívá označení „efekt proměnné“, které navozuje představu příčinného vztahu. V regresních modelech také většinou předpokládáme, že závisle proměnná je důsledkem působení nezávisle proměnných. Tento předpoklad však není možné pomocí regresního modelu prokázat, příčinné vztahy lze prokázat pouze experimentem či jiným komplexním designem se sběrem longitudinálních dat. Pomocí regresních modelů můžeme určit sílu vzájemného vztahu mezi sledovanými proměnnými, nikoli kauzální souvislosti (co je příčina a co následek).

Pro tuto analýzu jsme použili hierarchické (někdy také označované slovem víceúrovňové) regresní modely, které umí lépe zachytit vztahy mezi proměnnými v datech s hierarchickou strukturou. Ta je typická pro oblast vzdělávání, kde jsou žáci seskupeni do tříd a třídy do škol. Hierarchické modely zohledňují skutečnost, že hodnoty, které naměříme u testovaných žáků, nejsou zcela nezávislé, protože žáci z jedné třídy toho mají více společného než žáci z různých tříd (například učitele, učebnice aj.). Hierarchické modely dále umožňují správně zkombinovat proměnné první úrovně (individuální charakteristiky žáků) s proměnnými hierarchicky vyšších úrovní (charakteristiky tříd nebo škol). V této analýze bereme v úvahu pouze první a druhou úroveň, tedy úroveň žáka a třídy, i proto, že metoda výuky matematiky, která nás zajímá, se mnohdy liší i mezi dvěma třídami v rámci jedné školy.

Modely jsme budovali postupně, abychom mohli sledovat, jak se mění velikost efektu jednotlivých proměnných po přidání dalších proměnných. Závisle proměnnou byl vždy celkový výsledek žáka v matematice, který jsme nově vypočítali na datech z České republiky (proměnná MAT_all). Modely dále obsahují různé proměnné první úrovně (individuální charakteristiky žáků) a druhé úrovně (charakteristiky tříd). Deskriptivní statistiky použitých proměnných jsou uvedeny v příloze 2.

TIMSS 2015

Nejprve uvádíme výsledky pro TIMSS 2015. Na první úrovni jsme sledovali efekt pohlaví, sociálně ekonomického statusu, vztahu žáka k matematice a jeho předškolních počtářských dovedností. Pro měření vztahu žáka k matematice jsme použili proměnnou obliba

matematiky (OBLIBA_M), která je podrobněji popsána v kapitole 3. Předškolní počtářské dovednosti (PRENUMER) reprezentuje souhrnná proměnná z databáze TIMSS, která kombinuje informace z několika položek z rodičovského dotazníku, v nichž rodiče uváděli, jak dobře znal žák před nástupem do první třídy čísla, do kolika uměl napočítat a zda uměl provádět jednoduché sčítání a odčítání. Pomocí této proměnné kontrolujeme případné rozdíly v matematických dovednostech mezi žáky vyučovanými Hejného metodou a ostatními žáky na počátku první třídy. Hodnocení počátečních matematických dovedností však může být zkresleno tím, že rodiče posuzovali své děti se čtyřletým odstupem a zároveň jde o subjektivní výpovědí rodičů (tzv. self-reports). Pro měření sociálně ekonomického statusu (SES) jsme použili index sociálně ekonomického statusu z databáze TIMSS. Přestože žáci vyučovaní Hejného metodou neměli v roce 2015 statisticky významně odlišný sociálně ekonomický status než žáci, kteří Hejného metodu nepoužívali (tabulka 1.2), je vhodné do modelu zařadit sociálně ekonomický status jako kontrolní proměnnou, protože obvykle úzce souvisí s dosaženými výsledky.

Na úrovni třídy jsme do modelů zařadili používanou metodu výuky (metoda Hejný vs. NeHejný), délku praxe učitele matematiky (PRAXE) a proměnnou, kterou jsme nazvali žáky vnímaná podpora učitele matematiky a srozumitelnost výuky (VNIMANI_U). Prostřednictvím této proměnné jsme chtěli ověřit platnost argumentu, že důležitější než metoda výuky je kvalita učitele, který zazněl na konferenci „Nové metody ve výuce matematiky?" (Dlab, 2018). Pro kontrolu přidáváme do modelu rovněž třídní průměry sociálně ekonomického statusu a obliby matematiky.

Vnímaná podpora učitele a srozumitelnost výuky vychází z konceptu kvality výuky (instructional quality), který byl zformulován německými autory v souvislosti s videostudií TIMSS (Klieme, Schümer & Knoll, 2001) a v následujících letech dále rozvíjen v rámci výzkumu efektivity vzdělávání (Creemers & Kyriakides, 2008; Klieme, Pauli & Reusser, 2009; Baumert et al., 2010). Podobný koncept byl nezávisle vytvořen ve Spojených státech (Kane & Cantrell, 2012). Původní koncept kvality výuky vymezuje tři základní dimenze, které mají příznivý vliv na výsledky žáků: kognitivní aktivace, řízení třídy a podpůrné klima. Kognitivní aktivace znamená, že výuka dává žákům příležitosti k myšlení, propojování znalostí a řešení problémů. Řízení třídy se týká toho, zda učitel dokáže udržet ve třídě kázeň a poutat pozornost žáků na učení. Podpůrné klima znamená, že učitel žákům naslouchá, zajímá se o ně a pomůže jim, když to potřebují. Někteří autoři řadí do podpůrného klimatu také jasnost a srozumitelnost výuky, zatímco jiní se domnívají, že jasnost výuky by měla být považována za samostatnou, čtvrtou dimenzi kvalitní výuky.

Vztah mezi kvalitou výuky a výsledky žáků byl zkoumán na mezinárodních datech z šetření TIMSS 2011 (Nilsen & Gustafsson, 2016), ale ukázalo se, že otázky na zjišťování kvality výuky byly problematické. Pro TIMSS 2015 byly proto navrženy nové dotazníkové položky, které měly zajistit lepší měření kvality výuky. Ani po této úpravě však nebyly pokryty všechny tři, resp. čtyři dimenze kvalitní výuky. Použité položky se zaměřovaly hlavně na podpůrné klima a jasnost a srozumitelnost výuky, nebyla vůbec sledována kognitivní aktivace a řízení třídy (znění položek uvádíme v příloze 2). Proto jsme pro tuto proměnnou zvolili název *vnímaná podpora učitele a srozumitelnost výuky*. Sledované prvky kvalitní výuky byly v šetření TIMSS 2015 zjišťovány pomocí žákovských (nikoli učitelských) dotazníků, protože se předpokládalo, že žáci budou mít menší tendenci hodnotit výuku v lepším světle. Konceptuálně se však jedná o proměnnou na úrovni třídy, protože všichni žáci z jedné třídy se vyjadřují ke stejnému učiteli. Pro potřeby této analýzy jsme proměnnou *vnímaná podpora učitele a srozumitelnost výuky* vytvořili nejprve pro jednotlivé žáky z příslušných dotazníkových položek metodou konfirmační faktorové analýzy a ověřili ekvivalenci měření v „Hejného" a „NeHejného" skupině, podobně jako v případě postojových škál popsaných v kapitole 3. Do hierarchických modelů jsme následně zařadili třídní průměry této proměnné.

V tabulce 2.6 jsou uvedeny výsledky pro jednotlivé hierarchické regresní modely. Tabulka uvádí nestandardizované regresní koeficienty, které ukazují, o kolik bodů se zvýší výsledek v matematice, když hodnota příslušné nezávisle proměnné vzroste o 1 (pokud ostatní proměnné v modelu zůstanou konstantní). Pro stanovení efektu používané metody výuky je klíčový koeficient pro proměnnou HEJNYMET, který vyjadřuje velikost bodového rozdílu mezi žáky, kteří používají Hejného metodu, a těmi, kteří ji nepoužívají (kladná hodnota koeficientu znamená lepší výsledek žáků s Hejného metodou). Na rozdíl od t-testů prezentovaných v části 2.2 je při výpočtu regresního koeficientu ve víceúrovňovém modelu zohledněno jednak seskupení žáků do tříd, jednak působení dalších proměnných. Jedná se tedy o přesnější odhad „čistého" efektu Hejného metody, než jaký dostáváme prostřednictvím t-testu. V níže prezentovaných víceúrovňových regresních modelech sledujeme pouze

efekt metody výuky, nerozlišujeme používání učebnic. Skupiny žáků, které se liší používáním učebnic, jsou pro takto komplexní analýzu příliš malé.

TABULKA 2.6

Hierarchické modely pro vztahy mezi výsledkem žáků v matematice a vybranými proměnnými na úrovni žáků a tříd (TIMSS 2015)

Název	Model 1 nulový	Model 2 Hejný	Model 3 1. úroveň	Model 4 interakce	Model 5 zázemí	Model 6 plný
CHLAPEC			7,868*** (2,797)	9,009*** (2,988)	11,332*** (2,759)	11,177*** (2,753)
OBLIBA_M			1,418*** (0,135)	1,417*** (0,135)	1,356*** (0,131)	1,428*** (0,132)
PRENUMER			13,661*** (0,840)	13,672*** (0,840)	11,073*** (0,805)	11,008*** (0,802)
SES					25,135*** (0,946)	23,519*** (0,982)
CHLAPEC *HEJNYMET				−10,069 (8,386)	−1,388 (7,914)	−1,516 (7,876)
HEJNYMET		16,997* (8,281)	14,670 (7,902)	19,898* (9,703)	16,218* (8,249)	15,804* (7,634)
PRAXE						0,205 (0,187)
VNIMANI_U						−1,110 (0,587)
SES_třída						16,357*** (3,227)
OBLIBA_M_třída						−0,389 (0,848)
Konstanta	502,181 (2,782)	500,273 (2,943)	296,581 (10,557)	295,920 (10,570)	58,577 (12,782)	−139,644 (70,739)
Počet žáků	4786	4786	4572	4572	4536	4520
Počet tříd	243	243	242	242	242	241
ICC	0,14	0,14	0,13	0,13	0,07	0,08
R^2 (úroveň 1)		–	0,09	0,09	0,23	0,22
R^2 (úroveň 2)		0,02	0,02	0,03	0,04	0,28
AIC	57374	57372	54359	54359	53277	53055
BIC	57393	57398	54404	54411	53335	53138

Poznámky:
Závisle proměnná je MAT_all.
*Koeficient je významný na hladině $p \leq 0,05$; **koeficient je významný na hladině $p \leq 0,01$; ***koeficient je významný na hladině $p \leq 0,001$.
V závorkách standardní chyby.

Prvním modelem je tzv. nulový model, který neobsahuje žádné nezávisle proměnné. Nulový model ukazuje, jak moc si jsou podobní žáci v rámci tříd. Míru podobnosti měří tzv. vnitrotřídní koeficient korelace (*intra-class correlation coefficient* – ICC), který udává, kolik procent z celkového rozptylu závisle proměnné (celkového výsledku v matematice) připadá na rozdíly mezi jednotkami vyšší úrovně, v našem případě třídami. Hodnota vnitrotřídního koeficientu korelace je 0,14. Použití hierarchických modelů se zpravidla doporučuje od hodnoty ICC ≥ 0,1, což naše data splňují. Pro jejich analýzu je tedy vhodné použít hierarchické modely namísto prosté jednoúrovňové regrese, která nezohledňuje fakt, že žáci v rámci tříd jsou si vzájemně podobní.

Model 2 ukazuje, že ve třídách využívajících Hejného metodu dosahují žáci o 17 bodů lepšího výsledku. Oproti hodnotě prezentované v části 2.2 (28 bodů) jde o menší rozdíl, přesto je ale statisticky významný. Snížení hodnoty bodového rozdílu je způsobeno tím, že zde bylo zohledněno sdružování žáků do tříd. Jde tedy o přesnější hodnotu rozdílu než v části 2. 2.

Do modelu 3 byly přidány individuální proměnné s výjimkou sociálně ekonomického statusu. Vidíme, že chlapci dosahují v průměru o osm bodů lepšího výsledku než dívky. Lepšího výsledku dosahují rovněž žáci, kteří mají lepší vztah k matematice, a také ti, kteří měli už před nástupem do školy lépe rozvinuté počáteční počtářské dovednosti. Souvislost těchto tří žákovských proměnných s výsledkem v matematice je známá z předchozích výzkumů a není nijak překvapivá. Proměnná obliba matematiky má průměr 50 a směrodatnou odchylku 10 (příloha 2). Se zvýšením obliby matematiky o jednu směrodatnou odchylku se tedy výsledek zlepší přibližně o 14 bodů. Předškolní matematické dovednosti mají průměr 9,5 a směrodatnou odchylku 1,65 (příloha 2), jejich zvýšení o jednu směrodatnou odchylku je tedy spojeno se zlepšením v testu o 23 bodů. Rozdíl ve výsledku podle používané metody výuky v tomto modelu klesl na 15 bodů, těsně pod hranici statistické významnosti. Tendence k lepšímu výsledku pro žáky s Hejného metodou však zůstává stejná jako v modelu 2.

V modelu 4 byl testován interakční efekt mezi pohlavím a používanou metodou výuky. Tento interakční efekt není statisticky významný, ale jeho směr naznačuje, že ve třídách vyučovaných Hejného metodou by mohly být v matematice menší rozdíly mezi dívkami a chlapci. Z hodnot koeficientů můžeme odvodit, že ve třídách, které nepoužívají Hejného metodu, mají chlapci o devět bodů lepší výsledek než dívky, ale ve třídách používajících Hejného metodu jsou dívky naopak o jeden bod lepší než chlapci. To je překvapivé zjištění, které by bylo vhodné prozkoumat podrobněji v dalších výzkumech. Námi zkoumaný soubor tříd využívajících Hejného metodu je pro tento účel příliš malý. Efekt Hejného metody v tomto modelu vzrostl na statisticky významnou hodnotu dvaceti bodů.

Do modelu 5 byl přidán socioekonomický status, který obvykle vysvětluje nejvíce variability ve výsledcích žáků. To se potvrdilo i v tomto případě. Po přidání sociálně ekonomického statusu se zvýšil podíl vysvětleného rozptylu výsledků v matematice na úrovni žáka z 9 na 23 %. Směrodatná odchylka indexu sociálně ekonomického statusu je 1,42 (příloha 2), s jeho zvýšením o jednu směrodatnou odchylku se tedy pojí zlepšení výsledku v matematice o 36 bodů. Efekt Hejného metody mírně klesl na 16 bodů, ale stále zůstává statisticky významný. To není překvapivé, protože ve zkoumaném souboru se žáci s Hejného metodou z hlediska sociálně ekonomického statusu neliší od žáků, kteří Hejného metodu nepoužívají (tabulka 1.2). Po přidání sociálně ekonomického statusu však poklesnul efekt interakce mezi pohlavím a metodou výuky na zanedbatelnou hodnotu jednoho bodu. To naznačuje, že za lepším výsledkem dívek vyučovaných Hejného metodou, který vyplýval z předchozího modelu, stojí nejspíše jiné faktory. Rodiče s lepším sociálně ekonomickým zázemím mohou například pro svoje dítě častěji volit Hejného metodu, když mají dívku, než když mají chlapce. Souvislosti mezi efektivitou Hejného metody a pohlavím žáka jsou zřejmě složitější, nicméně zůstávají zajímavým a potřebným tématem pro další výzkum.

Model 6 obsahuje navíc další proměnné na úrovni třídy. Po jejich přidání zůstává efekt Hejného metody 16 bodů a je pořád statisticky významný. Z ostatních třídních proměnných má významný efekt pouze sociální složení žáků ve třídě (SES_třída), kdy třídy, které mají žáky s lepším sociálně ekonomickým zázemím, dosahují lepších výsledků nezávisle na používané metodě výuky. Při zohlednění sociálního složení žáků a metody výuky (Hejný vs. NeHejný) už na výsledky žáků nemá vliv ani délka praxe učitele, ani průměrná hodnota obliby matematiky, ani vnímaná podpora učitele a srozumitelnost výuky. Model tedy nepodporuje tvrzení, že kvalita učitele má na výsledky žáků větší vliv než používaná metoda výuky. Použitá proměnná však měří kvalitu učitele jen částečně, především nepostihuje dimenze kognitivní aktivace a řízení třídy. Záporná hodnota koeficientu u proměnné *vnímaná podpora učitele* a *srozumitelnosti výuky* naznačuje, že ve třídách, kde žáci vnímají učitele jako podporujícího

a jeho výuku jako srozumitelnou, je spíše tendence k horším výsledkům (byť pod hranicí statistické významnosti). Může se jednat například o třídy s vyšším podílem slabých žáků nebo žáků se speciálními potřebami, které učitelé skutečně více podporují. To však už je otázka, která přesahuje rámec této analýzy.

Výše prezentované víceúrovňové modely prokázaly „čistý" efekt Hejného metody na datech z roku 2015 přibližně 16 bodů. Hodnota regresního koeficientu pro Hejného metodu zůstává ve všech modelech zhruba stejná bez ohledu na to, jaké další kontrolní proměnné byly do modelu přidány. Ve finálním modelu dosahuje podíl vysvětleného rozptylu na úrovni tříd 28 %. Největší podíl variability výsledků mezi třídami nevysvětluje používaná metoda výuky, ale sociálně ekonomické složení žáků ve třídě. Zároveň 72 % rozdílů mezi průměrnými výsledky tříd zůstává nevysvětleno.

TIMSS 2019

Obdobné hierarchické modely jsme spočítali rovněž na datech z roku 2019, abychom ověřili závěry našich analýz z roku 2015. Do těchto modelů vstupují stejné proměnné jako do modelů z TIMSS 2015 s výjimkou proměnné *vnímaná podpora učitele a srozumitelnost výuky* (VNIMANI_U). Dotazníkové položky, kterými bylo v TIMSS 2019 zjišťováno vnímání učitele, byly ve srovnáním s rokem 2015 mírně zredukovány a při konstrukci škály (faktoru) vnímání učitele na českých datech se navíc ukázalo, že jedna položka s ostatními příliš nesouvisí, tedy pravděpodobně měří něco jiného než ostatní položky. Tuto položku jsme tedy při konstrukci proměnné nepoužili. Výsledná proměnná *vnímaná podpora učitele a srozumitelnost výuky* pro data TIMSS 2019 vychází celkem z pěti dotazníkových položek, které se vztahují ke srozumitelnosti výuky a vnímané podpoře učitele, oproti roku 2015 je však více akcentována srozumitelnost výuky, kterou zjišťují čtyři položky, zatímco na podporu učitele se ptá pouze jedna položka. Pomocí konfirmační faktorové analýzy bylo potvrzeno, že tyto položky měří společný konstrukt, jehož vnímání je v Hejného a NeHejného skupině ekvivalentní.

Hierarchické modely jsme opět budovali postupně a analogicky jako na datech TIMSS 2015. Výsledky uvádí tabulka 2.7. Tabulka obsahuje opět nestandardizované regresní koeficienty, které ukazují, o kolik bodů se zvýší celkový výsledek v matematice (MAT_all), když hodnota příslušné nezávisle proměnné vzroste o 1 (pokud ostatní proměnné v modelu zůstanou konstantní). Pro účely analýzy efektivity Hejného metody nás opět zajímá hlavně koeficient proměnné HEJNYMET, který vyjadřuje velikost „čistého" bodového rozdílu mezi žáky, kteří používají Hejného metodu, a těmi, kteří ji nepoužívají.

Nulový model (model 1) prokázal, že výsledky žáků z jedné třídy jsou si natolik navzájem podobné (ICC = 0,16), že je vhodné použít hierarchický model. Při použití hierarchického modelu, který odhaduje efekt Hejného výuky při zohlednění vzájemné podobnosti žáků v rámci tříd (model 2), je bodový rozdíl mezi výsledkem žáků s Hejného metodou a výsledkem žáků, kteří Hejného metodu nepoužívají, 19 bodů, což je hodnota srovnatelná s hodnotou odhadnutou na datech TIMSS 2015. Na rozdíl od analýzy dat TIMSS 2015 nedošlo k výraznějšímu poklesu bodového rozdílu oproti t-testu, který nezohledňoval vzájemnou podobnost žáků v rámci tříd (viz část 2.2). To patrně souvisí s tím, že v roce 2019 bylo žáků s Hejného metodou více, a jejich průměrný výsledek je díky tomu zatížen menší statistickou chybou. I jednoduché porovnání průměrných výsledků pomocí t-testu je tedy spolehlivější.

Po přidání individuálních proměnných charakterizujících pohlaví žáka, jeho oblibu matematiky a počáteční početářské dovednosti (model 3) se potvrdil jejich statisticky významný efekt, který byl pozorován rovněž na datech z roku 2015, a také nárůst vysvětleného rozptylu na úrovni žáka. Efekt Hejného metody při kontrole těchto proměnných mírně klesl na 16 bodů, ale zůstává statisticky významný.

V modelu 4 byl testován interakční efekt mezi pohlavím a používanou metodou výuky. Tento interakční efekt není stejně jako na datech TIMSS 2015 statisticky významný, ale opět naznačuje, že ve třídách s Hejného výukou by mohly být výsledky chlapců a dívek vyrovnanější než ve třídách, kde se používají jiné metody výuky. Zatímco ve třídách, kde se nevyučuje podle Hejného, měli chlapci v průměru o 15 bodů lepší výsledek, ve třídách s Hejného výukou již jen o dva body. Na základě analyzovaných dat to však nelze s jistotou říci, protože koeficient vyjadřující velikost interakčního efektu je měřen s velkou statistickou chybou a jeho skutečná hodnota může být i menší než uvedených 12,7. Efekt Hejného metody v tomto modelu stoupl na 23 bodů. Celkově však tento model nelze považovat za lepší než předchozí model 3, neboť nově přidaná interakce mezi metodou výuky a pohlavím není statisticky významná a ani hodnoty informačních kritérií AIC a BIC neklesají.

TABULKA 2.7

Hierarchické modely pro vztahy mezi výsledkem žáků v matematice a vybranými proměnnými na úrovni žáků a tříd (TIMSS 2019)

Název	Model 1 nulový	Model 2 Hejný	Model 3 1. úroveň	Model 4 interakce	Model 5 zázemí	Model 6 plný
CHLAPEC			10,598** (3,894)	14,534** (4,674)	17,487*** (4,590)	17,612*** (4,581)
OBLIBA_M			1,509*** (0,172)	1,534*** (0,172)	1,564*** (0,157)	1,584*** (0,167)
PRENUMER			16,006*** (1,029)	16,034*** (1,028)	13,822*** (0,960)	13,749*** (0,968)
SES					21,181*** (1,314)	19,062*** (1,409)
CHLAPEC *HEJNYMET				−12,733 (8,356)	−11,614 (7,987)	−10,995 (7,890)
HEJNYMET		19,373* (7,713)	15,907* (7,056)	22,685** (8,417)	17,496* (6,928)	13,575* (6,342)
PRAXE						0,092 (0,212)
VNIMANI_U						0,869 (0,746)
SES_třída						18,912*** (3,513)
OBLIBA_M_třída						−0,939 (0,853)
Konstanta	500,931 (3,408)	495,588 (3,850)	273,237 (12,582)	269,507 (12,535)	60,089 (16,657)	−119,050 (50,963)
Počet žáků	3267	3267	2489	2498	2473	2473
Počet tříd	183	183	181	181	181	181
ICC	0,16	0,16	0,12	0,12	0,07	0,08
R^2 (úroveň 1)		–	0,14	0,14	0,24	0,22
R^2 (úroveň 2)		0,04	0,05	0,05	0,05	0,30
AIC	39005	39000	29325	29323	28872	28853
BIC	39023	39024	29365	29381	28936	28940

Poznámky:
Závisle proměnná je MAT_all.
*Koeficient je významný na hladině $p \leq 0,05$; **koeficient je významný na hladině $p \leq 0,01$; ***koeficient je významný na hladině $p \leq 0,001$.
V závorkách standardní chyby.

Jako podstatně lepší se naopak jeví model 5, do kterého byl přidán socioekonomický status žáka. Ten obvykle vysvětluje nejvíce variability ve výsledcích žáků, což se potvrdilo i zde. Při směrodatné odchylce 1,40 (příloha 2) je zvýšení socioekonomického statusu o jednu směrodatnou odchylku spojeno se zlepšením výsledku v matematice o 30 bodů. Po přidání socioekonomického statusu se zároveň efekt Hejného metody snížil na 17 bodů. To znamená, že část pozorovaných rozdílů mezi třídami s Hejného výukou a bez Hejného výuky byla v roce 2019 dána lepším socioekonomickým zázemím žáků ve třídách, kde se vyučuje podle

Hejného. Efekt interakce mezi pohlavím a metodou výuky zůstává zhruba stejně vysoký jako v předchozím modelu a je stále statisticky nevýznamný.

Model 6 obsahuje navíc další proměnné na úrovni tříd. Z nich má statisticky významný efekt pouze průměrný socioekonomický status, stejně jako v datech TIMSS 2015. Efekt Hejného metody také zůstává statisticky významný, byť klesl na 14 bodů. Délka praxe učitele, to, jak žáci vnímají jeho podporu a srozumitelnost výuky, ani průměrná obliba matematiky ve třídě nemají prokazatelnou souvislost s dosaženými výsledky, stejně jako v předchozí analýze dat TIMSS 2015.

Obě víceúrovňové analýzy na datech TIMSS 2015 i TIMSS 2019 shodně prokázaly, že při kontrole vlivu dalších proměnných efekt Hejného metody klesá ve srovnání s tím, jak se jeví při hrubém srovnání průměrných výsledků žáků s Hejného výukou a bez Hejného výuky. Na datech TIMSS 2019 je přitom rozdíl mezi „hrubým" a „očištěným" efektem Hejného metody menší než na datech TIMSS 2015, což může souviset s větší velikostí souboru žáků s Hejného metodou, díky které má již prosté porovnání průměrných výsledků v obou skupinách větší vypovídací hodnotu. Obě analýzy dále potvrdily, **že při kontrole dalších proměnných dosahují žáci vyučovaní podle Hejného metody statisticky významně lepších výsledků v matematice než žáci vyučováni bez Hejného metody, ale rozdíl ve prospěch Hejného matematiky je z hlediska věcné významnosti spíše malý.** Většina rozdílů v matematických znalostech a dovednostech mezi třídami není dána používanou metodou výuky, ale socioekonomickým složením žáků ve třídě a dále pak faktory, které jsme v této analýze nesledovali.

3 POSTOJE ŽÁKŮ K MATEMATICE

Zatímco v předchozí části jsme se věnovali především otázce kognitivních výsledků, tedy znalostem a dovednostem, které si děti v matematice osvojily, neméně důležitou součástí školního vzdělávání jsou také nekognitivní výstupy vzdělávání, které mnohdy zůstávají v pozadí zájmu pedagogiky a ve stínu dosažených znalostí a dovedností měřitelných pomocí testů. Moderní pedagogika však staví do popředí nejen znalosti a dovednosti, ale také postoje, hodnoty a v zahraniční literatuře se stále důležitějším tématem stává tzv. well-being (subjektivní pohoda) dítěte. Jakkoliv je škála nekognitivních výstupů vzdělávání velmi široká, v této práci se zaměřujeme na matematiku a konkrétně na postoje dětí k matematice, a to v kontextu dostupných dat pro žáky 4. ročníku ZŠ získaných v šetření TIMSS.

Jedním z často uváděných argumentů ve prospěch Hejného metody je, že vede k podstatně lepším postojům k matematice (Hejný, 2012) než běžná výuka matematiky. Tento argument vychází z předpokladu, že práce v prostředích děti baví (Hejný, 2014). Náměty jednotlivých prostředí jsou pro děti lákavé a ty se chtějí pouštět do řešení úloh. Aktivní činnost při řešení úloh dětem umožňuje zažívat radost z vlastní práce a z objevování a posiluje jejich vnitřní motivaci (H-mat, 2020). Tvůrci Hejného metody dále zdůrazňují, že pokud jsou úlohy vhodně nastaveny (gradovány) co do obtížnosti, posiluje jejich vyřešení důvěru žáka ve vlastní schopnosti. Když pak žák příště uvidí úlohu s nestandardním zadáním, nemá z ní strach či „blok“ (H-mat, 2020), ale přistupuje k ní s důvěrou, že její řešení zvládne. Zkušenost s úspěšným zvládnutím úkolu považují za hlavní zdroj sebedůvěry také další autoři (blíže viz Smetáčková & Vozková, 2016). Hejný (2004) v tomto smyslu hovoří o tvořivých úlohách nebo o úlohách jako výzvách, kdy úloha musí být tak lehká, aby ji žák dokázal vyřešit, ale zároveň pro něj musí být výzvou k přemýšlení a tvořivé činnosti. Hejného metoda by tedy měla rozvíjet nejen pozitivní vztah žáků k matematice, ale i jejich sebedůvěru v tomto předmětu.

V této části se zaměříme na to, zda se děti vyučované Hejného metodou liší v postojích k matematice od ostatních dětí. Nejdříve shrneme dosavadní zjištění o postojích k matematice u českých žáků (3.1), dále představíme, jaké škály využívá TIMSS k měření postojů k matematice (3.2), a následně budeme analyzovat rozdíly v postojích k matematice ve skupinách žáků dle použité metody výuky (3.3).

3. 1 POSTOJE ČESKÝCH ŽÁKŮ K MATEMATICE

Výzkum TIMSS zahrnuje kromě měření znalostí a dovedností pomocí testů také škály, které hodnotí postoje žáků v matematice. Některá tato zjištění již byla reflektována českými výzkumníky. Chvál (2013) shrnul, jaké škály k měření vztahu žáků k matematice využívaly mezinárodní výzkumy TIMSS 2007 a 2011 (4. ročník), TIMSS 1995, 1999 a 2007 (8. ročník) a PISA 2003[21] (patnáctiletí žáci) a jak v nich dopadli čeští žáci. **V různých škálách či indexech hodnotících oblibu matematiky jsou čeští žáci v mezinárodním srovnání zpravidla podprůměrní, někdy dokonce patří k jedněm z nejhorších. Chvál upozorňuje, že naměřené hodnoty v těchto různých mezinárodních šetřeních naznačují, že vztah českých žáků k matematice je ve 4. ročníku o něco lepší než v ročníku 8**. Toto zjištění dává do souvislosti s pracemi Hrabala a Pavelkové (2010, 2012), kteří ve svém dlouhodobém výzkumu hodnotícím vztah žáků ke všem školním předmětům došli k závěru, že matematika je žáky vnímána jako jeden z nejméně oblíbených a nejobtížnějších předmětů, žákovské výkony jsou i nejhůře hodnoceny prostřednictvím známek. Zároveň je matematika žáky vnímána jako vysoce významný předmět (Pavelková & Hrabal, 2012). Výsledky výzkumů této autorské dvojice naznačují, byť na to nebyla primárně zaměřena výzkumná pozornost, že mezi 6. a 9. ročníkem dochází u žáků ke snížení obliby matematiky, narůstá pociťovaná obtížnost tohoto předmětu a žákům klesá sebevědomí ohledně nadání pro matematiku. Zdá se, že v těchto naznačených trendech dochází k nejvýraznější změně mezi 6. a 7. ročníkem základní školy. Chvál pak potvrzuje pokles obliby matematiky během let školní docházky na datech ze svého výzkumu mezi žáky od 4. ročníku ZŠ až po poslední ročník SŠ pomocí metody sémantického diferenciálu (byť na nereprezentativních výběrech). Také jeho data ukazují, že výraznější propad nastává na počátku druhého stupně základní školy.

Na tuto práci pak podrobnějšími analýzami dat z mezinárodních výzkumů TIMSS a PISA navázali Federičová a Münich (2015), kteří již měli k dispozici rovněž data z šetření PISA 2012, orientovaného více na matematiku (podobně jako šetření PISA 2003, jejíž data měl k dispozici Chvál). Uvádějí, že čeští žáci dosáhli v otázce zjišťující oblibu matematiky[22] ve 4. ročníku ZŠ v šetření TIMSS 2011 průměrné hodnoty 1,8 na čtyřbodové škále, což odpovídá odpovědi mezi velmi rád a rád, přičemž tato hodnota se neliší od průměru ostatních srovnávaných evropských zemí. Dále však upozorňují, že obliba matematiky zjišťovaná stejnou otázkou u žáků 8. ročníku ZŠ již patří k nejnižším (průměr 2,81) a stejně nízkou oblibu matematiky potvrzují i data z výzkumu PISA 2012 mezi patnáctiletými (tj. konec ZŠ a začátek SŠ). Autoři si také všimli skutečnosti, která je opakovaně uváděna i v mezinárodních zprávách **z výzkumu TIMSS, že pokles v oblibě matematiky mezi 4. a 8. ročníkem je pozorovatelný ve všech zúčastněných zemích. ČR je však zemí s velice výrazným propadem obliby matematiky během druhého stupně ZŠ** – v 8. ročníku má matematiku velmi rádo zanedbatelných 9 % českých žáků, zatímco téměř každý čtvrtý žák má matematiku velmi nerad.

Také studie Smetáčkové (2018), byť provedená na nereprezentativním vzorku žáků ze čtyř základních škol, prokázala pokles obliby matematiky během druhého stupně, a to především mezi 6. a 7. ročníkem. Zatímco ve 4. až 6. ročníku byla matematika oblíbeným předmětem pro zhruba 60 % žáků, v 7. ročníku už jenom pro 25 %. V průběhu druhého stupně se zároveň zhoršují známky z matematiky a klesá podíl žáků, kteří se domnívají, že jim matematika jde. K nejvýraznějšímu poklesu pocitu vlastní kompetence v matematice dochází opět mezi 6. a 7. ročníkem. Odpověď *matematika mi jde dobře* zvolilo ve 4. až 6. ročníku přibližně 50 % žáků, v 7. a 8. ročníku zhruba 30 % žáků a v 9. ročníku 25 % žáků. Od 4. do 9. ročníku se snižuje rovněž vnímaná vlastní účinnost (*self-efficacy*) žáků v matematice měřená jako komplexní vícedimenzionální proměnná sadou deseti dotazníkových položek, které zahrnují např. žákovu sebedůvěru, úsilí, podporu ze strany učitele apod. Autorka dále analyzovala vztahy mezi oblibou matematiky a ostatními sledovanými proměnnými a dochází k závěru, že obliba matematiky souvisí mnohem těsněji s žákovským sebehodnocením (pocitem vlastní

21 Přestože text M. Chvála je z roku 2013, pracoval s daty PISA 2003, kdy byla matematika hlavní sledovanou oblastí, zatímco PISA 2006 se zaměřovala více na přírodovědnou gramotnost a PISA 2009 na čtenářskou gramotnost. V době psaní článku ještě nebyla dostupná data z šetření PISA 2012, která byla opět zaměřená na matematiku.

22 Federičová a Münich (2015) nepoužili ve své analýze škálu obliby matematiky, ale pouze jednu otázku, v níž žáci vyjadřovali svůj souhlas s tvrzením, zda mají rádi matematiku. Tato otázka byla použita v různých mezinárodních výzkumech a výpovědi žáků bylo možné srovnávat napříč výzkumy TIMSS a PISA.

kompetence a vnímanou vlastní účinností v matematice) než s jejich školním hodnocením (známkou) a výsledkem v matematickém testu.

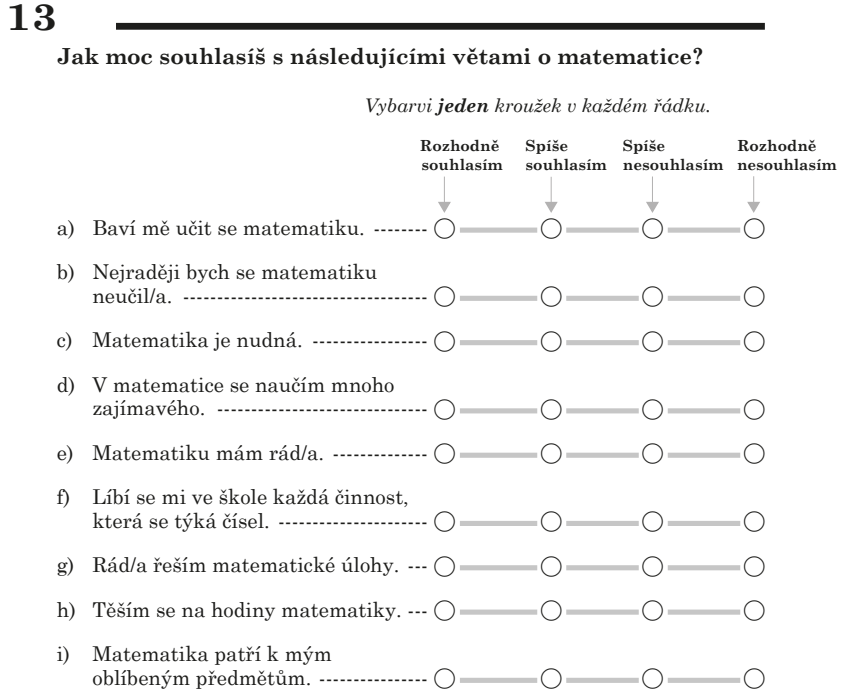
Vztahy mezi oblibou matematiky a žákovským sebehodnocením v matematice zkoumala rovněž Potužníková (2018) na datech z výzkumu TIMSS 2011 (ve 4. ročníku ZŠ) a navazujícího českého longitudinálního výzkumu CLoSE, kdy se stejní žáci nacházeli v 6. ročníku. Pro měření žákovského sebehodnocení použila škálu vnímané obtížnosti matematiky, která je obsahově blízká škále vlastní kompetence, s níž pracovala Smetáčková (2018). Studie Potužníkové ukázala, že ve 4. ročníku souvisí obliba matematiky poměrně silně jednak s vnímanou obtížností (resp. jednoduchostí) matematiky, pak ale také s tím, zda se učiteli daří vyučovat matematiku způsobem, který je pro žáky jasný, srozumitelný a vzbuzuje jejich zájem. Obliba matematiky u žáků 6. ročníku byla částečně predikována jejich oblibou matematiky ve 4. ročníku, mnohem těsnější souvislost s oblibou matematiky však měla její vnímaná obtížnost (resp. jednoduchost). Vnímání výuky nebylo v 6. ročníku zjišťováno, a tak nebylo možné posoudit, zda postoj žáků k matematice, navzdory její rostoucí vnímané obtížnosti, může zlepšit výuka, jíž žáci vnímají jako čitelnou, srozumitelnou a zajímavou.

3.2 MĚŘENÍ POSTOJŮ K MATEMATICE V ŠETŘENÍ TIMSS

V této práci jsme ke zjišťování žákovských postojů k matematice využili dvě škály vycházející z žákovského dotazníku TIMSS – obliba matematiky a sebedůvěra v matematice. Tyto škály zpravidla použily i studie založené na sekundárních analýzách TIMSS, které jsme zmínili v předchozí části.

Dotazník TIMSS 2015 pro žáky 4. ročníku obsahoval konkrétně dvě baterie výroků[23] zjišťujících postoje žáků k matematice. Jednak to byla baterie devíti výroků zjišťujících oblibu matematiky (*enjoyment: students like learning mathematics*), se kterými žáci vyjadřovali svůj souhlas na čtyřbodové škále – rozhodně souhlasím / spíše souhlasím / spíše nesouhlasím / rozhodně nesouhlasím (viz obrázek 3.1).

OBRÁZEK 3.1 **Baterie výroků k měření obliby matematiky v šetření TIMSS 2015 u žáků 4. ročníku ZŠ (otázka 13 žákovského dotazníku)**



13

Jak moc souhlasíš s následujícími větami o matematice?

Vybarvi ***jeden*** *kroužek v každém řádku.*

	Rozhodně souhlasím	Spíše souhlasím	Spíše nesouhlasím	Rozhodně nesouhlasím
a) Baví mě učit se matematiku.	○	○	○	○
b) Nejraději bych se matematiku neučil/a.	○	○	○	○
c) Matematika je nudná.	○	○	○	○
d) V matematice se naučím mnoho zajímavého.	○	○	○	○
e) Matematiku mám rád/a.	○	○	○	○
f) Líbí se mi ve škole každá činnost, která se týká čísel.	○	○	○	○
g) Rád/a řeším matematické úlohy.	○	○	○	○
h) Těším se na hodiny matematiky.	○	○	○	○
i) Matematika patří k mým oblíbeným předmětům.	○	○	○	○

23 Baterie je odborný termín pro soubor několika otázek či výroků ke stejnému tématu a se stejnými možnostmi odpovědi.

Podobně byla pomocí devíti výroků se stejnou čtyřbodovou škálou souhlasu či nesouhlasu (viz obrázek 3.2) měřena sebedůvěra[24] žáků v matematice *(confidence: student confidence in mathematics)*.

OBRÁZEK 3.2 **Baterie výroků k měření sebedůvěry žáka v matematice v šetření TIMSS 2015 u žáků 4. ročníku ZŠ (otázka 15 žákovského dotazníku)**

15

Jak moc souhlasíš s následujícími větami o matematice?

Vybarvi ***jeden*** *kroužek v každém řádku.*

	Rozhodně souhlasím	Spíše souhlasím	Spíše nesouhlasím	Rozhodně nesouhlasím
a) Matematika mi většinou jde.	○	○	○	○
b) Matematika je pro mě těžší než pro spoustu mých spolužáků.	○	○	○	○
c) Matematika mi moc nejde.	○	○	○	○
d) Matematiku se učím rychle.	○	○	○	○
e) Z matematiky jsem nervózní.	○	○	○	○
f) Jde mi řešení těžkých matematických úloh.	○	○	○	○
g) Učitel mi říká, že mi matematika jde.	○	○	○	○
h) Matematika je pro mě těžší než ostatní předměty.	○	○	○	○
i) Z matematiky jsem zmatený/zmatená.	○	○	○	○

Stejné baterie byly ke zjišťování žákovské obliby matematiky a sebedůvěry v matematice použity i v TIMSS 2019 (otázky 13 a 16 žákovského dotazníku).

V národní zprávě z výzkumu TIMSS 2015 (ČŠI, 2016, s. 44) se dočteme, že z „evropských zemí a členských zemí OECD se podle svého vyjádření učí oba předměty [matematiku a přírodovědu] nejraději žáci z Turecka a z Portugalska, naopak nejmenší zájem učit se matematiku projevili korejští žáci a přírodovědu se nejméně rádi učí žáci z Finska.“ A dále pak že „čeští žáci vyjádřili stejnou míru chuti do učení matematiky i přírodovědy, hodnoty indexů jsou však podprůměrné. V matematice se mezi uvedenými zeměmi zařadili do poloviny zemí s menším zájmem o učení a v přírodovědě dokonce patří k zemím s nejnižším zájmem o učení. Od roku 2011 zájem českých žáků učit se matematiku poklesl a jedná se o změnu statisticky významnou, v případě přírodovědy ke změně prakticky nedošlo. Velmi rádo se učí matematiku 35 % českých žáků, a naopak nerado se ji učí 25 %, u přírodovědy je to 44 % oproti 18 %.“ Dále pak autoři národní zprávy upozorňují, že statisticky významný pokles obliby matematiky oproti předchozí vlně šetření v roce 2011 spolu s ČR zaznamenalo celkem šest evropských zemí, zatímco zlepšení zaznamenaly čtyři evropské země. **Národní zpráva z šetření TIMSS 2019 pak uvádí, že „Česká republika patří k zemím s podprůměrnou oblibou matematiky“ (ČŠI, 2020b, s. 72) a dále že obliba matematiky za posledních 24 let stále klesá**.

Zatímco národní i mezinárodní zprávy z šetření TIMSS referují o tom, jak se liší jednotlivé země v oblibě matematiky a jak se změnil postoj žáků k matematice ve srovnání s předchozí vlnou výzkumu, v centru pozornosti naší studie je srovnání postojů k matematice ve skupině žáků vyučovaných Hejného metodou vzhledem k ostatním žákům v rámci ČR, kteří nepoužívají Hejného metodu. Kromě hodnot mezinárodních škál (indexů) dostupných v databázi TIMSS, které jsou určené pro mezinárodní srovnávání, ale mají řadu limitů při analýzách prováděných na národní úrovni, využijeme i statistické postupy vhodné pro srovnání postojů obou skupin žáků v rámci ČR, což nezohlednila žádná z prací citovaných v části 3.1.

24 Autoři národní zprávy TIMSS 2015 (ČŠI, 2016) překládají confidence jako sebejistotu, my se přikláníme k překladu sebedůvěra, se kterým pracujeme i dále v tomto textu. O oblibě matematiky pak v národní zprávě autoři hovoří jako o „zájmu učit se matematiku“, popř. „chuti do učení matematiky“.

3.3 ROZDÍLY V POSTOJÍCH K MATEMATICE MEZI DĚTMI VYUČOVANÝMI HEJNÉHO METODOU A JINÝMI METODAMI

Ke sledování postojů žáků k matematice (oblibě matematiky a sebedůvěře v matematice) jsme využili různé cesty statistického ověřování. Nejdříve jsme jen pomocí škál vytvořených na mezinárodní úrovni a dostupných v databázi TIMSS srovnali postoje obou skupin žáků (část 3.3.1). Tento postup však není psychometricky nejvhodnější, přestože jej využívá většina kolegů, kteří data z mezinárodních výzkumů v ČR analyzovali, jak vysvětlíme dále. Proto jsme si škály obliby matematiky a sebedůvěry v matematice vytvořili i samostatně pouze na českých datech a pomocí těchto nově vytvořených škál ověřovali, zda se obě skupiny v postojích liší (část 3.3.2). Za běžných okolností bychom prezentovali pouze druhý přístup, ale vzhledem k tomu, že hodnoty vypočtené z mezinárodních škál jsou v ČR často používané, prezentujeme i tento deskriptivní přístup, byť za správnější ověření odpovědi na otázku, jak se ve svých postojích liší skupiny dětí vyučované Hejného a NeHejného metodou, považujeme metodu tzv. MGCFA (*multi-group confirmatory factor analysis* s ověřením ekvivalence měření mezi oběma skupinami) prezentovanou právě v části 3.3.2. V neposlední řadě jsme pak v této kapitole využili ještě jiný přístup, kdy jsme s využitím metody latentních tříd vytvořili typologii žáků na základě jejich obliby matematiky, jednotlivé typy žáků jsme popsali a kvantifikujeme, jak jsou tyto typy zastoupeny mezi žáky vyučovanými Hejného metodou a mezi ostatním žáky (část 3.3.3).

3.3.1 SROVNÁNÍ POSTOJŮ K MATEMATICE NA ZÁKLADĚ MEZINÁRODNÍCH ŠKÁL

Mezinárodní databáze TIMSS obsahuje vypočtené hodnoty obou škál, které vytvořilo mezinárodní centrum za pomocí IRT (*Item response theory*) škálovacích metod, konkrétně byl použit Raschův *partial credit model*. IRT škálování bylo provedeno na základě dat všech zúčastněných zemí tak, aby mezinárodní průměr byl 10 a směrodatná odchylka 2. Následně byli žáci zařazeni do tří skupin podle míry postoje, např. mají velmi rádi matematiku (ČR TIMSS 2015: 35 % žáků, mezinárodní průměr: 46 % žáků), mají rádi matematiku (ČR TIMSS 2015: 40 % žáků, mezinárodní průměr: 35 % žáků) a nemají rádi matematiku (ČR TIMSS 2015: 25 % žáků, mezinárodní průměr: 19 % žáků). S využitím těchto dat prezentujeme v tabulce 3.1, jak se liší obliba matematiky mezi žáky vyučovanými Hejného metodou a mezi ostatními žáky.

TABULKA 3.1 Srovnání obliby matematiky podle používané metody výuky (Hejný a ostatní)

Obliba matematiky		Metoda NeHejný	Metoda Hejný	Celkem ČR
Mají velmi rádi matematiku	TIMSS 2015	34,9 %	33,5 %	34,8 %
	TIMSS 2019	34,6 %	28,7 %	32,1 %
Mají rádi matematiku	TIMSS 2015	40,2 %	42,0 %	40,3 %
	TIMSS 2019	38,4 %	41,0 %	39,5 %
Nemají rádi matematiku	TIMSS 2015	25,0 %	24,5 %	24,9 %
	TIMSS 2019	27,0 %	30,3 %	28,4 %

Podobně můžeme porovnat i podíly žáků s různou mírou obliby matematiky na základě podrobnějšího členění do skupin dle metody výuky v kombinaci s používanou učebnicí (srovnání tří kategorií, viz obrázek 1.1 v úvodní kapitole).

TABULKA 3.2 Srovnání obliby matematiky podle metody výuky a učebnice (tři kategorie)

Obliba matematiky		NeHejný	Hejný bez učebnice	Hejný s učebnicí	Celkem ČR
Mají velmi rádi matematiku	TIMSS 2015	34,9 %	32,1 %	34,6 %	34,8 %
	TIMSS 2019	34,6 %	31,8 %	26,2 %	32,1 %
Mají rádi matematiku	TIMSS 2015	40,2 %	43,1 %	41,1 %	40,3 %
	TIMSS 2019	38,4 %	44,4 %	38,3 %	39,5 %
Nemají rádi matematiku	TIMSS 2015	25,0 %	24,8 %	24,3 %	24,9 %
	TIMSS 2019	27,0 %	23,8 %	35,6 %	28,4 %

Porovnáme-li hodnoty napříč skupinami, vidíme jen malé rozdíly v podílech žáků, kteří vykazují různou úroveň obliby matematiky. V roce 2019 jsou přitom rozdíly o něco větší než v roce 2015. V roce 2019 zároveň ve skupině s Hejného výukou poněkud překvapivě pozorujeme nižší podíl žáků, kteří mají velmi rádi matematiku, a naopak vyšší podíl žáků, kteří nemají rádi matematiku. Podíváme-li se do tabulky 3.2, vidíme, že tyto horší postoje k matematice panují především ve skupině, která používá také Hejného učebnice. Rozdíl kolem devíti procentních bodů oproti skupině, která nevyužívá Hejného metodu, je však stále relativně malý a neměl by být přeceňován. Testování statistické významnosti provedeme až v další části na základě nově vytvořených škál umožňujících přesnější srovnání skupin žáků v rámci ČR.

Podívejme se ještě, zda se jednotlivé skupiny žáků dle používané metody výuky liší na škále sebedůvěry v matematice (tabulka 3.3). Ani při srovnání podílů žáků s různou úrovní sebedůvěry v matematice nevidíme velké rozdíly mezi žáky vyučovanými Hejného metodou a ostatními žáky. Zde jsou rozdíly mezi skupinami v roce 2019 naopak menší než v roce 2015.

TABULKA 3.3 Srovnání sebedůvěry žáků v matematice podle používané metody výuky (Hejný a ostatní)

Sebedůvěra v matematice		Metoda NeHejný	Metoda Hejný	Celkem ČR
Velmi si v matematice věří	TIMSS 2015	23,7 %	26,6 %	23,9 %
	TIMSS 2019	23,4 %	22,6 %	22,5 %
Věří si v matematice	TIMSS 2015	48,7 %	42,7 %	48,1 %
	TIMSS 2019	49,0 %	49,8 %	48,6 %
Nevěří si v matematice	TIMSS 2015	27,7 %	30,8 %	28,0 %
	TIMSS 2019	27,6 %	27,6 %	28,4 %

Srovnání tří skupin žáků dle používané metody výuky a učebnice (tabulka 3.4) pak naznačuje, že skupina nejvěrnější Hejného matematice (tedy děti vyučované dle metody Hejného a s jeho učebnicemi) měla v roce 2015 o něco větší podíl žáků, kteří si v matematice velmi věří, aniž by měla vyšší podíl těch, kteří si nevěří. Vyšší podíl dětí, které si v matematice nevěří, pozorovaný v rámci skupiny využívající Hejného metodu (viz tabulka 3.3), jde plně na vrub skupiny žáků vyučovaných Hejného metodou, ale bez Hejného učebnic. Nicméně i zde jde pouze o malé rozdíly v řádu jednotek procent. **Při využití škál z mezinárodní databáze**

tedy docházíme k závěru, že obliba matematiky ani sebedůvěra v matematice se u žáků vyučovaných Hejného metodou neliší od ostatních žáků. Provedeme však ještě korektnější porovnání v další části.

TABULKA 3.4 Srovnání sebedůvěry žáků v matematice podle metody výuky a učebnice (tři kategorie)

Sebedůvěra v matematice		NeHejný	Hejný bez učebnice	Hejný s učebnicí	Celkem ČR
Velmi si v matematice věří	TIMSS 2015	23,7 %	24,9 %	27,6 %	23,9 %
	TIMSS 2019	23,4 %	20,4 %	24,3 %	22,5 %
Věří si v matematice	TIMSS 2015	48,7 %	40,6 %	44,4 %	48,1 %
	TIMSS 2019	49,0 %	50,9 %	48,9 %	48,6 %
Nevěří si v matematice	TIMSS 2015	27,7 %	34,6 %	28,0 %	28,0 %
	TIMSS 2019	27,6 %	28,7 %	26,7 %	28,4 %

3.3.2 SROVNÁNÍ POSTOJŮ K MATEMATICE NA ZÁKLADĚ NÁMI VYTVOŘENÝCH POSTOJOVÝCH ŠKÁL

Navzdory tomu, že mezinárodní šetření TIMSS (a totéž platí pro jakékoliv mezinárodní šetření včetně PISA a dalších) je připravováno velmi pečlivě, je kladen velký důraz na kvalitu překladů a pilotování dotazníků, může dojít k rozdílnému vnímání otázek různými žáky, a je tedy zapotřebí statisticky ověřit srovnatelnost (ekvivalenci) škál. K tomu existuje řada statistických postupů. Nejčastější jsou to postupy založené na IRT, jak je používá i TIMSS pro konstrukci škál, případně postupy na bázi strukturního modelování – konkrétně pak metody označované anglickým termínem *multi-group confirmatory factor analysis* (MGCFA). Strukturní modely jsou běžně využívány k ověření ekvivalence měření v různých zemích, a to jak ve výzkumu TIMSS na postojích k matematice (např. Marsh et al., 2012, 2013), tak ve výzkumu PISA a dalších. V české literatuře potřebu statistického ověřování ekvivalence měření pro mezinárodní srovnávání či pro srovnávání různých skupin v rámci národních šetření hezky popsala Anýžová (2014) na příkladu Evropského sociálního výzkumu a v rámci výzkumu vzdělávání jsme tento přístup využili při srovnávání postojů k učení u žáků základních škol a víceletých gymnázií nebo u chlapců a dívek na datech z výzkumu CLoSE (Ropovik & Greger, 2019). Přesto však je tento způsob práce s daty z mezinárodních šetření dosud v ČR ojedinělý.

Pro analýzy rozdílů v oblibě matematiky a sebedůvěře v matematice v této části využíváme metodu konfirmační faktorové analýzy pro několik skupin (*multi-group confirmatory factor analysis* – MGCFA) aplikovanou na skupiny Hejný a NeHejný, která ověřuje statistickou vhodnost navrženého modelu měření hodnot v rámci obou skupin.[25] To znamená, že ověřuje, zda žáci v obou skupinách vnímali položené otázky podobně, a tedy zda je měřený postoj (obliba matematiky a sebedůvěra v matematice) srovnatelný napříč skupinami a srovnání postojů žáků v obou skupinách je proto korektní a férové.

Analýza dat ukázala, že jak oblibu matematiky, tak i sebedůvěru v matematice můžeme pomocí otázek položených v TIMSS dobře měřit i u českých dětí. Zatímco v případě obliby matematiky jsme vytvořili škálu na základě všech devíti položek stejně jako při mezinárodním zpracování dat, v případě sebedůvěry žáků v matematice konfirmační faktorová analýza ukázala, že výroky *f) Jde mi řešení těžkých matematických úloh. a g) Učitel mi říká, že mi matematika jde*. byly českými žáky vnímány jinak než ostatní položky, a proto škálu

25 V této zprávě neuvádíme technické detaily jednotlivých kroků analýzy, které by neúměrně ztížily čtivost textu určeného širšímu okruhu čtenářů, u nichž nepředpokládáme znalost pokročilých statistických metod. Výsledky včetně všech statistických výstupů, testování různých typů ekvivalence měření, výsledky konfirmační faktorové analýzy a hodnoty fitu modelů na data jsou zde popsány jen slovně. Podrobnější dokumentace bude součástí následného akademického článku, který bude na žádost poskytovatele financí připravován až po zveřejnění této zprávy.

sebedůvěry v matematice konstruujeme bez těchto dvou položek na základě zbývajících sedmi výroků z otázky 15 (viz obrázek 3.2). Následné ověření ekvivalence měření mezi skupinou dětí vyučovaných Hejného metodou a ostatními dětmi prokázalo srovnatelnost vnímání výroků mezi oběma skupinami, a tedy i férovost porovnání postojů obou skupin.

Z výroků vztahujících se k oblibě matematiky a k sebedůvěře v matematice[26] jsme tedy vytvořili škály (faktory) obliby matematiky a sebedůvěry v matematice, a to tak, aby měly vždy průměrnou hodnotu 50 a směrodatnou odchylku 10. Vyšší hodnota znamená větší intenzitu postoje (tj. větší míru obliby matematiky, resp. sebedůvěry v matematice). Pro takto

TABULKA 3.5 Srovnání obliby matematiky podle používané metody výuky (Hejný a ostatní)

Metoda výuky	Obliba matematiky	TIMSS 2015	TIMSS 2019
Metoda NeHejný	Průměr	50,19	50,27
	SD	9,88	10,00
	N	4149	2070
Metoda Hejný	Průměr	49,45	49,72
	SD	10,27	9,60
	N	498	865
Celkem ČR[a]	Průměr	50,11	50,00
	SD	9,92	10,00
	N	4647	4156

a Škály byly vytvořeny na základě dat všech žáků ČR, pro TIMSS 2015 však v tabulce uvádíme hodnoty pouze pro žáky, kteří mají učitele s magisterským či vyšším vzděláním, jejichž průměr nemusí být 50 a směrodatná odchylka 10.
SD – směrodatná odchylka, N – počet žáků

TABULKA 3.6 Srovnání sebedůvěry žáků v matematice podle používané metody výuky (Hejný a ostatní)

Metoda výuky	Sebedůvěra v matematice	TIMSS 2015	TIMSS 2019
Metoda NeHejný	Průměr	50,13	50,37
	SD	9,95	10,04
	N	4149	2130
Metoda Hejný	Průměr	49,59	50,17
	SD	10,32	9,60
	N	498	868
Celkem ČR[a]	Průměr	50,07	50,00
	SD	9,99	10,00
	N	4647	4245

a Škály byly vytvořeny na základě dat všech žáků ČR, pro TIMSS 2015 však v tabulce uvádíme hodnoty pouze pro žáky, kteří mají učitele s magisterským či vyšším vzděláním, jejichž průměr nemusí být 50 a směrodatná odchylka 10.
SD – směrodatná odchylka, N – počet žáků

26 V případě sebedůvěry v matematice po vyloučení výroků f) a g).

vytvořené postojové škály jsme následně porovnali průměrné hodnoty žáků, kteří se učí matematiku s využitím Hejného metody, a ostatních žáků. Dále pak prezentujeme i podrobnější porovnání průměrných hodnot tří skupin žáků na základě kombinace používané metody a učebnice.

Jak je patrné z tabulek 3.5 a 3.6, v obou postojích jsou průměrné hodnoty žáků vyučovaných podle Hejného velmi blízké průměrným hodnotám ostatních žáků. **Testy statistické významnosti potvrdily, že rozdíly mezi skupinou žáků s Hejného metodou a skupinou žáků, kteří nepoužívají Hejného metodu, nejsou ani v jednom ze sledovaných postojů statisticky významné a rovněž věcně jsou velmi malé (Cohenovo d je ve všech případech menší než 0,1)**. Podobné průměrné hodnoty (obliba matematiky 49,73, sebedůvěra v matematice 49,26) pozorujeme rovněž ve skupině žáků, u nichž nemáme informace o používané metodě výuky. Jejich vyřazení ze srovnání by tedy nemělo nijak zkreslovat výsledky provedených analýz. **Můžeme uzavřít, že žáci vyučovaní Hejného metodou mají srovnatelné postoje k matematice jako žáci vyučovaní jinými metodami**. Podrobnější srovnání průměrů obou škál ve třech skupinách se zohledněním využívaných učebnic pak přinášejí tabulky 3.7 a 3.8.

TABULKA 3.7 Srovnání obliby matematiky podle metody výuky a učebnice (tři kategorie)

Metoda výuky a učebnice	Obliba matematiky	TIMSS 2015	TIMSS 2019
NeHejný	Průměr	50,19	50,27
	SD	9,88	10,00
	N	4149	2070
Hejný bez učebnice	Průměr	49,78	50,77
	SD	9,94	9,05
	N	218	388
Hejný s učebnicí	Průměr	49,20	48,85
	SD	10,52	9,96
	N	280	477
Celkem ČR[a]	Průměr	50,11	50,00
	SD	9,92	10,00
	N	4647	4156

[a] Škály byly vytvořeny na základě dat všech žáků ČR, pro TIMSS 2015 však v tabulce uvádíme hodnoty pouze pro žáky, kteří mají učitele s magisterským či vyšším vzděláním, jejichž průměr nemusí být 50 a směrodatná odchylka 10.
SD – směrodatná odchylka, N – počet žáků

V tabulkách 3.7 a 3.8 se nezměnily hodnoty průměrů pro skupinu bez Hejného výuky ani průměr ČR, zajímají nás zde především hodnoty průměrů pro skupinu věrnější Hejného metodě (která používá jak metodu, tak učebnice Hejného) a skupinu, která se přihlásila k Hejného metodě, ale jako hlavní má jiné učebnice. V roce 2015 měly všechny tři skupiny srovnatelnou oblibu matematiky, rozdíly mezi nimi byly nepatrné a statisticky i věcně nevýznamné. V roce 2019 prokázala skupina žáků s Hejného metodou i učebnicemi statisticky významně menší oblibu matematiky než zbývající dvě skupiny. Na nově vytvořené škále se tak potvrdila tendence k nižší oblibě matematiky v této skupině žáků, kterou jsme pozorovali již na mezinárodní škále (viz část 3.3.1). Věcně je však rozdíl v oblibě matematiky mezi žáky s Hejného metodou a učebnicemi a zbylými dvěma skupinami malý (Cohenovo $d < 0,2$). V případě sebedůvěry v matematice jsou rozdíly mezi jednotlivými skupinami jak v roce 2015, tak v roce 2019 nevýznamné, a postoje žáků lze tedy považovat za srovnatelné. Ani na základě korektnějšího porovnání pomocí nově vytvořených škál tak **nelze říci, že by některá skupina měla výrazně lepší nebo naopak výrazně horší postoje k matematice**.

TABULKA 3.8 Srovnání sebedůvěry žáků v matematice podle metody výuky a učebnice (tři kategorie)

Metoda výuky a učebnice	Sebedůvěra v matematice	TIMSS 2015	TIMSS 2019
NeHejný	Průměr	50,13	50,37
	SD	9,95	10,04
	N	4149	2130
Hejný bez učebnice	Průměr	49,05	50,22
	SD	10,22	9,72
	N	218	381
Hejný s učebnicí	Průměr	50,00	50,13
	SD	10,40	9,52
	N	280	487
Celkem ČR[a]	Průměr	50,07	50,00
	SD	9,99	10,00
	N	4647	4245

[a] Škály byly vytvořeny na základě dat všech žáků ČR, pro TIMSS 2015 však v tabulce uvádíme hodnoty pouze pro žáky, kteří mají učitele s magisterským či vyšším vzděláním, jejichž průměr nemusí být 50 a směrodatná odchylka 10.
SD – směrodatná odchylka, N – počet žáků

3.3.3 SROVNÁNÍ POSTOJŮ K MATEMATICE NA ZÁKLADĚ TYPOLOGIE

V neposlední řadě jsme použili ještě třetí způsob srovnání postojů k matematice. Z otázky na zjišťování obliby matematiky jsme vybrali následujících šest výroků: a) Baví mě učit se matematiku (enjoy)[27], b) Nejraději bych se matematiku neučil/a (notstudy), c) Matematika je nudná (boring), e) Matematiku mám rád/a (like), h) Těším se na hodiny matematiky (lookforward), i) Matematika patří k mým oblíbeným předmětům (favorite). Na základě míry souhlasu či nesouhlasu s jednotlivými výroky jsme vytvořili typologii českých žáků ve vztahu k matematice. Pro tvorbu typologie jsme využili metodu latentních tříd *(latent class analysis)*, s jejíž pomocí jsme identifikovali odlišné typy žáků s různými profily jejich postoje k matematice. Jednotlivé typy charakterizujeme pomocí specifického profilu souhlasu či nesouhlasu s jednotlivými výroky a pomocí jejich zastoupení v žákovské populaci. Následně porovnáváme, zda se zastoupení různých typů žáků s odlišným profilem postoje k matematice liší ve skupině s Hejného výukou a bez Hejného výuky.

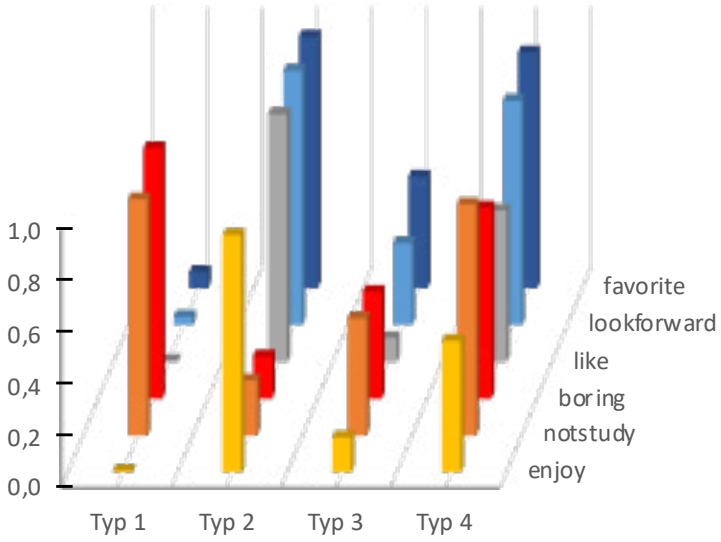
Analýzu latentních tříd jsme provedli nejprve na datech z roku 2015 a poté na datech z roku 2019. Pro tyto dvě žákovské kohorty vedla analýza latentních tříd k vytvoření typologií, které se od sebe liší jak počtem identifikovaných typů, tak jejich charakteristickými profily, a proto prezentujeme výsledky nejprve pro data TIMSS 2015 a následně pak pro data TIMSS 2019. Přestože se vytvořené typologie od sebe liší, pro porovnání obliby matematiky ve skupinách žáků s Hejného a NeHejného metodou výuky by to nemělo znamenat zásadní problém, protože porovnáváme zastoupení jednotlivých typů v těchto dvou skupinách vždy v rámci daného roku, nikoli napříč roky. Navíc dva hlavní typy – žáci s vyhraněným pozitivním postojem k matematice a žáci s vyhraněným negativním postojem k matematice se objevují v obou typologiích.

[27] V závorce uvádíme zjednodušený anglický název, který je využit v grafech na obrázcích 3.3 a 3.4.

TIMSS 2015 Pomocí analýzy latentních tříd byly na datech TIMSS 2015 identifikovány čtyři typy žáků s odlišnými profily postoje k matematice, které znázorňuje obrázek 3.3.

Vzhledem k tomu, že se jedná o žáky 4. ročníků ZŠ, kdy ještě nedochází ke zhoršování žákovských postojů k matematice (jak jsme ukázali v části 3.1), jsou nejpočetnějším typem (65 %) žáci s velice pozitivním vztahem k matematice (typ 1). Podíváme-li se na obrázek 3.3, kde výška sloupce značí míru nesouhlasu žáků s uvedeným výrokem (čím vyšší sloupec, tím větší míra nesouhlasu), vidíme tento první typ žáků nejvíce vlevo. Žáci tohoto typu vyjadřovali velkou míru nesouhlasu s výroky, že je matematika nudná (boring) a že by se ji nejraději neučili (notstudy). Naopak se všemi ostatními výroky, které vyjadřují pozitivní vztah k matematice, tito žáci velmi souhlasili (slupce jsou velmi nízké).

OBRÁZEK 3.3 **Profily čtyř typů žáků vytvořených na základě obliby matematiky pomocí analýzy latentních tříd (TIMSS 2015)**



Naprostým opakem tohoto typu je druhý typ, kde sloupce „boring“ a „notstudy“ jsou nízké, tito žáci tedy souhlasili s výroky, že je matematika nudná a nejraději by se ji neučili. Naopak u ostatních (pozitivních) výroků o matematice jsou sloupce vysoké, to znamená, že s nimi žáci nesouhlasili. Jde tedy o žáky, kteří mají již ve 4. ročníku celkově velmi špatný postoj k matematice, a možná poněkud překvapivě je to druhá nejpočetnější skupina (18 %).

Třetím typem (7 %) jsou žáci se spíše pozitivním postojem k matematice. Profil těchto žáků není tak čistý jako v případě velmi pozitivního prvního typu. Jejich hodnocení negativních výroků o tom, že matematika je nudná (boring) a nejraději by se ji neučili (notstudy), leží přesně mezi tím, jak je hodnotí velmi pozitivní a velmi negativní typ. Poměrně dost souhlasili s výroky, že je matematika baví (enjoy) a mají ji rádi (like), na druhou stranu již mnohem méně souhlasili s výroky, že se na hodiny matematiky těší (lookforward) a že matematika patří k jejich oblíbeným předmětům (favorite).

Poslední typ (10 %) je asi nejhůře popsatelný. Víceméně spíše nesouhlasí s většinou výroků. K výrokům, že je matematika jejich oblíbený předmět (favorite) a že se na její hodiny těší (lookforward), se tito žáci vyjádřili stejně nesouhlasně jako druhý typ s velmi negativním vztahem k matematice. Na druhou stranu vyjádřili i poměrně velký nesouhlas s negativními výroky o tom, že je matematika nudná (boring) a nejraději by se ji neučili (notstudy). V této skupině může být řada žáků, kteří se prostě vyplněním dotazníků nezabývali (tzv. *careless respondents*) a vyplnili většinově nesouhlas se všemi výroky. Kdybychom postoj těchto žáků posuzovali jako vědomě vyjádřený, a nikoli jako nepečlivé vyplnění otázek, pak tento typ můžeme nazvat jako „matematika – nutné zlo“.

Zastoupení jednotlivých typů v žákovské populaci shrnuje tabulka 3.9. Tato tabulka dále uvádí, jak vypadá zastoupení typů mezi dívkami a mezi chlapci. Vidíme, že mezi dívkami

je ve srovnání s chlapci o něco méně žákyň, které mají matematiku velmi rády, a naopak o něco více těch, které mají k matematice spíše, ale nikoli vyhraněně negativní postoj, který jsme nazvali jako „matematika – nutné zlo“. Zastoupení ostatních dvou typů je mezi dívkami a chlapci vyrovnané. Poněkud překvapivě jsou tedy genderové rozdíly v oblibě matematiky spíše malé, což může být opět způsobeno tím, že ve 4. ročníku ZŠ jsou ještě postoje k matematice u většiny žáků pozitivní.

A nyní se podívejme na to, jak jsou jednotlivé typy žáků zastoupeny mezi žáky vyučovanými Hejného metodou a žáky, kteří Hejného metodu nepoužívají (tabulka 3.10). Pro interpretaci se budeme dívat především na zastoupení žáků v prvním a v druhém typu s vyhraněným pozitivním a vyhraněným negativním postojem k matematice.

Jak je z tabulky patrné, mezi žáky vyučovanými Hejného metodou je nepatrně méně (o 3 %) dětí prvního typu s velmi pozitivním postojem k matematice a nepatrně více (o necelé jedno procento) dětí druhého typu s velmi negativním postojem k matematice než mezi žáky, kteří nepoužívají Hejného metodu. Takto malé rozdíly mohou být zapříčiněny i malým počtem žáků v Hejného skupině a lze je považovat za zanedbatelné.

TABULKA 3.9 **Typologie českých žáků na základě postojů k matematice v TIMSS 2015 (čtyři typy žáků)**

Typ podle postoje k matematice	Počet žáků	% žáků	% žáků mezi dívkami	% žáků mezi chlapci
1. typ – velice pozitivní postoj k M	3043	65,3	62,6	67,8
2. typ – velice negativní postoj k M	841	18,0	18,7	17,4
3. typ – spíše pozitivní postoj k M	326	7,0	7,1	6,8
4. typ – matematika nutné zlo	454	9,7	11,6	7,9
Celkem	4663	100,0	100,0	100,0

Porovnání postojů žáků v dělení na tři skupiny podle používané metody a učebnice je ještě citlivější vzhledem k malé velikosti skupin s Hejného metodou. Pokud takové porovnání uděláme, zjistíme, že ve skupině žáků, která používá Hejného metodu i učebnice je první typ

TABULKA 3.10 **Rozdělení do typů s odlišnými postoji k matematice dle používané metody výuky**

Typ podle postoje k matematice	Metoda NeHejný	Metoda Hejný	Celkem ČR
1. typ – velice pozitivní postoj k M	65,5 %	62,9 %	65,3 %
2. typ – velice negativní postoj k M	17,9 %	18,7 %	18,0 %
3. typ – spíše pozitivní postoj k M	6,9 %	8,0 %	7,0 %
4. typ – matematika nutné zlo	9,7 %	10,4 %	9,7 %
Celkem	100,0 %	100,0 %	100,0 %

žáků s velmi pozitivním postojem k matematice zastoupen ještě o něco méně (k tomuto typu zde patří 61 % dětí) a naopak do druhého typu s velmi negativním postojem k matematice zde patří o něco více žáků, 19 %. Ve srovnání s tím v ostatních dvou skupinách je žáků s velmi pozitivním postojem shodně 65 % a žáků s velmi negativním postojem 18 %. Toto srovnání je však zatíženo poměrně velkou chybou, protože už tak malé počty dětí v Hejného skupině

dělíme ještě do čtyř typů podle profilu jejich postojů. Při dělení žáků na tři skupiny podle metody a učebnic a navíc na čtyři typy podle postojů už jde o velmi malé počty, a tato zjištění tedy nelze zobecňovat.

Na závěr se ještě můžeme podívat na možné souvislosti mezi postojem k matematice, metodou výuky a pohlavím. I toto srovnání je založeno na malých počtech žáků ve skupině žáků s Hejného výukou, zvláště co se týče méně početných typů. S vědomím toho, že provedené srovnání má svoje limity, se nicméně zdá, že ve skupině s Hejného výukou jsou postoje chlapců a dívek vyrovnanější než mezi žáky, kteří Hejného metodu nepoužívají. Mezi dívkami s Hejného výukou tvoří první typ s velmi pozitivním postojem k matematice 62 %, mezi chlapci pak 64 %. Ve skupině, která nepoužívá Hejného výuku, jsou příslušné podíly 63 % mezi dívkami a 68 % mezi chlapci. Pro korektní posouzení genderových rozdílů by však bylo zapotřebí provést srovnání na větších souborech žáků. Dále však ověříme také na datech z TIMSS 2019, zda bude toto zjištění konzistentní napříč vlnami šetření.

TIMSS 2019

Na datech TIMSS 2019 byly pomocí analýzy latentních tříd identifikovány tři typy žáků s odlišnými postoji k matematice, jejichž profily znázorňuje graf na obrázku 3.4. Na rozdíl od obrázku 3.3 zde nyní výška sloupce naznačuje míru souhlasu s uvedeným tvrzením (čím vyšší sloupec, tím vyšší míra souhlasu). Na obrázku je nejvíce vlevo znázorněn první typ žáků s vyhraněným pozitivním postojem k matematice (60 %). Tito žáci velmi souhlasí se čtyřmi pozitivními výroky o matematice a velmi nesouhlasí s tím, že je matematika nudná (boring) a nejraději by se ji neučili (notstudy). Tento typ svým profilem postoje k matematice odpovídá typu 1 z roku 2015 a stejně jako v roce 2015 k němu náleží nevíce žáků. Ve srovnání s rokem 2015 k němu náleží o něco méně žáků (60 % oproti 65 %), což je zčásti dáno tím, že obě typologie nejsou zcela identické, a zčásti také mírným zhoršením obliby matematiky. Mírný pokles obliby matematiky u českých žáků můžeme pozorovat na mezinárodních škálách (viz tabulka 3.3 v části 3.3.1), které jsou konstruovány tak, aby byly meziročně srovnatelné, a referuje o něm například i národní zpráva z šetření TIMSS 2019 (ČŠI, 2020b).

Uprostřed grafu vidíme druhý typ žáků s vyhraněným negativním postojem k matematice (22 %). Tito žáci výrazně souhlasí s tím, že je matematika nudná (boring) a nejraději by se ji neučili (notstudy), kdežto s pozitivními výroky o matematice nesouhlasí (sloupce jsou velmi nízké). Matematika rozhodně nepatří k jejich oblíbeným předmětům (favorite) a na její hodiny se netěší (lookforward). Profil postoje k matematice u těchto žáků odpovídá typu 2 z roku 2015 (tehdy v podobné skupině žáků s negativním postojem k matematice bylo 18 % žáků).

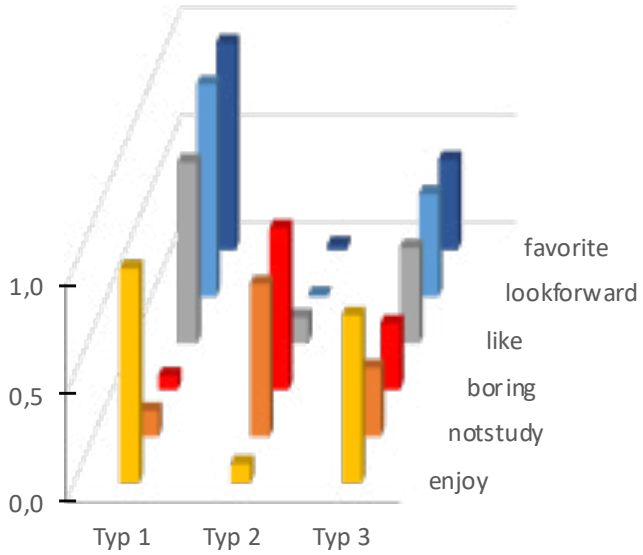
Konečně nejvíce vpravo je na obrázku 3.4 třetí typ žáků (18 %), kteří do určité míry souhlasí s tím, že je baví učit se matematiku (ejnoy), a o něco méně pak souhlasí s tím, že ji mají rádi (like), těší se na ni (lookforward) a patří k jejich oblíbeným předmětům (favorite). Naopak s tím, že je matematika nudná (boring) a nejraději by se ji neučili (notstudy), tito žáci spíše nesouhlasí, ale jejich nesouhlas není vyhraněný. Tento typ označujeme za žáky s neutrálním postojem k matematice.

Zastoupení jednotlivých typů v žákovské populaci jako celku i mezi dívkami a chlapci uvádí tabulka 3.11. Žáci s pozitivním postojem k matematice (typ 1) tvoří 60 % populace, zbývajících 40 % je zhruba rovnoměrně rozděleno mezi ty, kteří mají k tomuto předmětu negativní postoj (typ 2) a neutrální postoj (typ 3). Podíváme-li se na genderové rozdíly, vidíme, že žáků s neutrálním postojem k matematice je mezi dívkami a chlapci přibližně stejně, zastoupení žáků s pozitivním a s negativním postojem k matematice se pak podle genderu liší.

Pokud nyní porovnáme, jak jsou jednotlivé typy zastoupeny mezi žáky vyučovanými Hejného metodou a ostatními žáky (tabulka 3.12), pozorujeme jen zanedbatelné rozdíly o velikosti jednotek procent. Srovnatelné podíly všech tří typů žáků jsou rovněž ve skupině žáků, jejichž učitelé nevyplnili doplňkový dotazník o používaných metodách výuky.

Podíváme-li se na ještě podrobnější rozdělení žáků podle metody výuky a učebnice, stejně jako v roce 2015 se ukazuje, že mezi žáky, kteří používají Hejného metodu i Hejného učebnici, se nachází o něco méně žáků s pozitivním postojem k matematice (55 %) než ve skupině bez Hejného učebnic (61 %), popř. bez Hejného výuky (60 %). Na druhou stranu je zde pak o něco více žáků s negativním postojem k matematice (27 %) než ve skupině bez Hejného učebnic (21 %) nebo ve skupině bez Hejného výuky (22 %). Byť se tyto rozdíly zdají být větší než v roce 2015, nelze je plně srovnávat, protože vycházejí z jiných typologií. Věcně jsou rozdíly v zastoupení typů ve třech skupinách podle metody výuky a učebnice stále malé a neposkytují dostatečnou oporu pro tvrzení, že by žáci s Hejného učebnicemi měli méně rádi matematiku.

OBRÁZEK 3.4 Profily tří typů žáků vytvořených na základě obliby matematiky pomocí analýzy latentních tříd (TIMSS 2019)



TABULKA 3.11 Typologie českých žáků na základě postojů k matematice v TIMSS 2019 (tři typy žáků)

Typ podle postoje k matematice	Počet žáků	% žáků	% žáků mezi dívkami	% žáků mezi chlapci
1. typ – pozitivní postoj k M	1906	59,7	54,5	64,4
2. typ – negativní postoj k M	721	22,6	27,0	18,5
3. typ – neutrální postoj k M	567	17,7	18,5	17,1
Celkem	3195	100,0	100,0	100,0

TABULKA 3.12 Rozdělení do typů s odlišnými postoji k matematice dle používané metody výuky

Typ podle postoje k matematice	Metoda NeHejný	Metoda Hejný	Celkem ČR
1. typ – pozitivní postoj k M	60,4 %	57,7 %	59,7 %
2. typ – negativní postoj k M	22,0 %	24,1 %	22,6 %
3. typ – neutrální postoj k M	17,6 %	18,2 %	17,7 %
Celkem	100,0 %	100,0 %	100,0 %

Nakonec ještě porovnáme, jak vypadají ve dvou skupinách podle metody výuky (tj. metoda Hejný vs. metoda NeHejný) postoje dívek a chlapců. Na rozdíl od roku 2015, kdy se ve skupině s Hejného výukou zdály postoje dívek a chlapců více vyrovnané než ve skupině žáků vyučovaných jinými metodami, jsou nyní naopak ve skupině s Hejného výukou rozdíly mezi dívkami a chlapci výraznější než mezi ostatními žáky. Ve skupině s Hejného výukou tvoří první typ žáků s pozitivním postojem k matematice mezi dívkami 51 % a mezi chlapci 64 %. Ve skupině, která není vyučována podle Hejného, pak tvoří mezi dívkami 56 % a mezi chlapci 65 %. Nejspíše se tedy nejedná o zobecnitelnou souvislost mezi Hejného metodou, postojem k matematice a genderem, ale o náhodné kolísání ovlivněné tím, že při malých počtech žáků se i drobné odchylky projeví pozorovatelným rozdílem v procentuálních údajích.

Také na základě analýzy latentních tříd tedy docházíme k závěru, že rozdíly v oblibě matematiky mezi dětmi vyučovanými Hejného metodou a těmi, které Hejného metodu nepoužívají, nejsou na základě dat TIMSS zjistitelné. Obě skupiny považujeme z hlediska postojů k matematice za srovnatelné. Celkově je obliba matematiky u žáků 4. ročníku poměrně vysoká, což také může stát za tím, že se postoje mezi oběma skupinami neliší. Zajímavé by bylo zjistit rozdíly v postojích na druhém stupni, k tomu však data TIMSS neposkytují vhodné údaje, neboť ČR se účastnila šetření v 8. ročníku naposledy v roce 2007.

4 LIMITACE STUDIE

Hlavní limitací studie je skutečnost, že se jedná o studii průřezovou, která neumožňuje vyvozovat kauzální závěry o tom, že příčinou pozorovaných rozdílů je použitá metoda výuky. Toto omezení jsme se snažili snížit férovějším porovnáváním pouze žáků s kvalifikovanými učiteli a kontrolováním dalších proměnných, které také mohou ovlivňovat výsledky žáků v matematice. Ke skutečně podloženým kauzálním závěrům bychom však potřebovali rozsáhlý longitudinální výzkum, který by měřil posun dětí v čase.

Dalším omezením je to, že výzkumný soubor z roku 2015 obsahoval poměrně malý počet žáků využívajících Hejného metodu. V důsledku toho nebylo možné plně vytěžit potenciál informací získaných prostřednictvím dodatečného dotazníku pro školní koordinátory sběru dat a detailněji analyzovat výsledky žáků, kteří se liší v používání učebnic. Přitom tyto analýzy by mohly přinést zajímavá zjištění, která by mohla být přínosná pro další rozvoj Hejného metody.

Výzkumný soubor z roku 2019 má svoje limity v nízké návratnosti doplňkového dotazníku zjišťujícího používané metody výuky. Analýzy ve vztahu k Hejného metodě tak mohly být provedeny pouze u 70 % žáků, kteří nemusí dobře reprezentovat žákovskou populaci ČR. Ačkoli se žáci, kteří nemohli být zařazeni do analýzy, v žádné ze sledovaných charakteristik neodlišují od zbytku populace, mohou se odlišovat v charakteristikách, které jsme nesledovali, a jejich vyloučení tak může způsobit určité zkreslení.

Podrobnější rozbor výsledků žáků v dílčích oblastech matematiky, či dokonce v jednotlivých úlohách byl limitován designem výzkumu TIMSS, kdy každou úlohu řeší jen část žáků, což značně snižuje velikost souborů pro analýzy. Kromě toho část testových úloh zůstává tajná, takže je nelze využít k popisu konkrétních znalostí a dovedností u různých skupin žáků ani ke konstrukci dílčích škál. Toto omezení částečně překonává dodatečné zveřejnění některých úloh z TIMSS 2015 po realizaci šetření TIMSS 2019. Z roku 2019 však stále zůstává tajná více než polovina úloh, což komplikuje porovnání výsledků v dílčích oblastech matematického učiva, a to především ve vztahu k oblastem, které nejsou ve středu zájmu výuky podle Hejného, z nichž byl zveřejněn jen velmi malý počet úloh.

V neposlední řadě je třeba zmínit, že analýza byla provedena na žácích 4. ročníku, kdy matematické učivo ještě není příliš obtížné a vztah žáků k matematice je celkově pozitivní. Deklarované efekty Hejného metody (hlubší pochopení matematiky na jedné straně a lepší vztah k matematice na straně druhé) se tedy ještě nemusely projevit. Z toho důvodu by bylo vhodné provést podobné porovnání u žáků 2. stupně, kdy stoupá náročnost učiva a zároveň dochází k propadu obliby matematiky. Hejného metoda se však na 2. stupni začala používat teprve nedávno a pro výzkum tohoto typu není dosud dostatek žáků.

LITERATURA

Anýžová, P. (2014). Srovnatelnost Schwartzovy hodnotové škály v mezinárodních datech. Sociologický Časopis / Czech Sociological Review, 50(4), 547–580.

Barták, V. (2018). Matematika: stíny nad Hejného metodou. Týden 14/2018.

Baumert, J., Kunter, M., Blum, W., Brunner, M., Voss, T., Jordan, A., & Tsai, Y.-M. (2010). Teachers' mathematical knowledge, cognitive activation in the classroom, and student progress. American Educational Journal, 47(1), 133–180.

Creemers, B.-P., & Kyriakides, L. (2008). The dynamics of educational effectiveness: A contribution to policy, practice and theory in contemporary schools. Abingdon, Oxon: Routledge.

ČŠI (2016). Mezinárodní šetření TIMSS 2015. Národní zpráva. Praha: ČŠI.

ČŠI (2017a). Výběrové zjišťování výsledků žáků na úrovni 5. a 9. ročníků základních škol ve školním roce 2016/2017. Závěrečná zpráva. Praha: ČŠI.

ČŠI (2017b). Koncepce mezinárodního šetření TIMSS 2015. Praha: ČŠI.

ČŠI (2018). Moderní metody výuky a ICT pohledem mezinárodních i národních datových zdrojů. Sekundární analýza TIMSS 2015. Praha: ČŠI.

ČŠI (2020a). Koncepce mezinárodního šetření TIMSS 2019. Praha: ČŠI.

ČŠI (2020b). Mezinárodní šetření TIMSS 2019. Národní zpráva. Praha: ČŠI.

Dlab, V. (2018, únor). Úvodní slovo. Příspěvek přednesený na konferenci Nové metody ve výuce matematiky? Praha. Dostupné online na http://vyukamatematiky.math.cas.cz/Dlab_uvod.pdf

Federičová, M., & Münich, D. (2015). Srovnání žákovské obliby školy a matematiky pohledem mezinárodních šetření. Pedagogická orientace, 25(4), 557-582.

Fishbein, B., Martin, M., O., Mullis, I., & Foy, P. (2018). The TIMSS 2019 Item Equivalence Study: examining mode effects for computer-based assessment and implications for measuring trends. Large-scale Assessment in Education, 6(11).

H-mat, o. p. s. (2018). Hejného metoda a Abaku spojí síly. Děti si zlepší počtářské schopnosti. Dostupné na https://www.h-mat.cz/tiskove-zpravy/abaku-a-hejneho-metoda

H-mat, o. p. s. (2020). 12 klíčových principů. Dostupné na https://www.h-mat.cz/principy

Hejný, M. (2004). Koncepce matematické přípravy budoucích učitelů prvního stupně základních škol. In M. Hejný, J. Novotná & N. Stehlíková (Eds.), Dvacet pět kapitol z didaktiky matematiky (s. 181–202). Praha: Univerzita Karlova, Pedagogická fakulta.

Hejný, M. (2012). Exploring the cognitive dimension of teaching mathematics through scheme-oriented approach to education. Orbis scholae, 6(2), 41–55.

Hejný, M. (2014). Výuka matematiky podle profesora Milana Hejného (Přednáška přednesená na diskuzním večeru Harvard Club of Prague). Video dostupné online na https://www.h-mat.cz/principy

Hladká, A., Martinková, P. (2020). difNLR: Generalized Logistic Regression Models for DIF and DDF Detection. The R Journal. Accepted.

Hrabal, V., & Pavelková, I. (2010). Jaký jsem učitel. Praha: Portál.

Chalmers, R. P. (2012). mirt: A Multidimensional Item Response Theory Package for the R Environment. Journal of Statistical Software, 48(6), 1-29. doi:10.18637/jss.v048.i06

Chvál, M. (2013). Změna postojů českých žáků k matematice během školní docházky. Orbis scholae, 7(3), 49–71.

Chytrý, V., Říčan, J., & Živná, D. (2019). Matematická výkonnost a metakognice žáků základních škol běžných, základních škol Montessori a žáků vyučovaných podle Hejného metody. Studia paedagogica, 24(1), 107–133.

Janoušková, S., Tomášek, V., Peclinovská, S., Pražáková, D., et al. (2019). Publikace s uvolněnými úlohami z mezinárodního šetření TIMSS: Úlohy z matematiky a přírodovědy pro 1. stupeň základní školy. Praha: ČŠI.

Kalibro. (2018). Komentované výsledky 59. kola projektu Kalibro (části určené žákům 5. ročníku). Praha: Kalibro projekt, s.r.o. Dostupné online na http://kalibro.sweb.cz/Broz595.pdf

Kane, T., & Cantrell, S. (2012). Gathering feedback for teaching. Combining high-quality observations with student surveys and achievement gains. MET Project Research Paper. Bill & Melinda Gates Foundation, Seattle, WA.

Klieme, E., Schümer, G., & Knoll, S. (2001). Mathematikunterricht in der Sekundarstufe I: „Aufgabenkultur" und Unterrichtsgestaltung im internationalen Vergleich. In E. Klieme & J. Baumert (Eds.), TIMSS: Impulse für Schule und Unterricht (s. 43–47). Bonn: Bundesministerium für Bildung und Forschung.

Klieme, E., Pauli, C., & Reusser, K. (2009). The Pythagoras study: Investigating effects of teaching and learning in Swiss and German mathematics classrooms. In T. Janík & T. Seidel (Eds.), The power of video studies in investigating teaching and learning in the classroom (s. 137–160). New York: Waxmann Publishing Co.

Kunčarová, T. (2018). Srovnání výkonu v Testu pro identifikaci nadaných žáků v matematice u dětí vyučovaných Hejného metodou a dětí vyučovaných běžným způsobem (Diplomová práce). Brno: Masarykova univerzita.

Linzer, D. A., & Lewis, J. B. (2011). An R package for polytomous variable latent class analysis. Journal of Statistical Software, 42(10). https://doi.org/10/18637/jss.v042.i10

Mach, J. (2018, 3. květen). Nová matematika? Nechápou ji rodiče ani učitelé. Novinky.cz

Marsh, H. W., Abduljabbar, A. S., Abu-Hilal, M. M., Morin, A. J. S., Abdelfattah, F., Leung, K. C., & Parker, P. (2013). Factorial, convergent, and discriminant validity of TIMSS math and science motivation measures: A comparison of Arab and Anglo-Saxon countries. Journal of Educational Psychology, 105(1), 108–128.

Marsh, H. W., Lüdtke, O., Nagengast, B., Trautwein, U., Morin, A. J. S., Abduljabbar, A. S., & Köller, O. (2012). Classroom climate and contextual effects: Conceptual and methodological issues in the evaluation of group-level effects. Educational Psychologist, 47(2), 106–124.

Martin, M., von Davier, M., & Mullis, I. V. S. (Eds.). (2020). Methods and procedures: TIMSS 2019 technical report. Dostupné online na https://timssandpirls.bc.edu/timss2019/methods/index.html

Martin, M. O. Mullis, I. V. S., & Hooper, M. (Eds.). (2016). Methods and procedures in TIMSS 2015. Dostupné online na https://timssandpirls.bc.edu/publications/timss/2015-methods.html

Martinková, P., Drabinová, A., Liaw, Y. L., Sanders, E. A., McFarland, J. L., & Price, R. M. (2017). Checking equity: Why differential item functioning analysis should be a routine part of developing conceptual assessments. CBE—Life Sciences Education, 16(2), rm2.

Martinková, P., Hladká, A., & Potužníková, E. (2020). Is academic tracking related to gains in learning competence? Using propensity score matching and differential item change functioning analysis for better understanding of tracking implications. Learning and Instruction, 66, 101286.

Mazáčová, J. (2020). Hodnocení Hejného metody výuky. Příspěvek přednesený na konferenci Nové metody ve výuce matematiky? Praha. Aktualizováno 13. 8. 2020. Dostupné online na http://www.skolauceni.cz/hodnoceni-hejneho-metody-vyuky.html

Michaelides M.P., Brown G.T.L., Eklöf H., Papanastasiou E.C. (2019) Insights from Motivational Profiles in TIMSS Mathematics. In: Motivational Profiles in TIMSS Mathematics. IEA Research for Education (A Series of In-depth Analyses Based on Data of the International Association for the Evaluation of Educational Achievement (IEA)), vol 7. Springer, Cham

Motl, J. (2014). Hejného metoda je nepochopením matematiky. Dostupné online na http://lumo.blogspot.com/2014/12/hejneho-metoda-je-nepochopenim.html

Motl, J. (2018, únor). 25 omylů Hejného projektu. Příspěvek přednesený na konferenci Nové metody ve výuce matematiky? Praha. Dostupné online na http://vyukamatematiky.math.cas.cz/Motl.pdf

Muraki, E. (1992). A generalized partial credit model: Application of an EM algorithm. ETS Research Report Series, 1992(1), i-30. https://doi.org/10.1002/j.2333-8504.1992.tb01436.x

Nilsen, N., & Gustafsson, J.-E. (Eds.). (2016). Teacher quality, instructional quality and student outcomes. Relationships across countries, cohorts and time. Cham: Springer and IEA.

Pavelková, I., & Hrabal, V. (2012). Mathematics in Perception of Pupils and Teachers. Orbis Scholae, 6(2), 119–132.

Pokorný, M. (2018, únor). Výuka matematiky na 1. stupni ZŠ podle prof.Hejného: Kritický pohled rodiče–matematika. Příspěvek přednesený na konferenci Nové metody ve výuce matematiky? Praha. Dostupné online na http://vyukamatematiky.math.cas.cz/Pokorny.pdf

Potužníková, E. (2018). Factors explaining the interest of Czech students in reading and mathematics. Orbis scholae, 12(2), 101–124.

R Core Team (2020). R: A language and environment for statistical computing. R Foundation for Statistical Computing, Vienna, Austria. URL https://www.R-project.org/.

Rosseel, Y. (2012). lavaan: An R Package for Structural Equation Modeling. Journal of Statistical Software, 48(2). https://doi.org/10/18637/jss.v048.i02

Ropovik, I., & Greger, D. (2019, December 26, preprint). The measurement of motivation and self-concept within the framework of Students' approaches to learning. https://doi.org/10.31234/osf.io/ymzwc

Skoupá, A. (2018, 15. únor). Hejného metoda, díky které si matematiku oblíbily stovky dětí, má své kritiky. Žáci kvůli ní údajně zaostávají například v násobilce. Hospodářské noviny.

Smetáčková, I., & Vozková, A. (2016). Matematická self-efficacy a její měření v průběhu základní školy. E-psychologie, 10(1), 18–33. Dostupné z http://e-psycholog.eu/pdf/smetackova_vozkova.pdf

Smetáčková, I. (2018). Obliba školní matematiky a její souvislost s externím hodnocením a sebehodnocením. Scientia in educatione, 9(2), 44–56.

Tomášek, V., Klement, L., Janoušková, S., Frýzek, M., Houfková, J., ..., & Pumpová, B. (2021). Inspirace pro rozvoj dovedností TIMSS. Úlohy z matematiky a přírodovědy. Praha: ČŠI.

PŘÍLOHY

PŘÍLOHA 1 TÉMATA ZASTOUPENÁ V MATEMATICKÝCH TESTECH

Zde uvádíme stručný výčet témat obsažených v matematických testech TIMSS 2015 a 2019. Podrobnější popis lze najít v dokumentech Koncepce mezinárodního šetření TIMSS 2015 (ČŠI, 2017b) a Koncepce mezinárodního šetření TIMSS 2019 (ČŠI, 2020a).

TIMSS 2015	TIMSS 2019
A. Tematický okruh Čísla	
1. Přirozená čísla	**1. Přirozená čísla**
a) Porozumění řádům čísel, zápis přirozených čísel v rozvinutém tvaru, vyjádření přirozených čísel slovně, diagramem nebo symbolem	a) Porozumění řádům čísel, uspořádání přirozených čísel, vyjádření přirozených čísel slovně, na číselné ose, diagramem nebo symbolem
b) Porovnání, uspořádání a zaokrouhlení přirozených čísel	b) Sčítání a odčítání přirozených čísel včetně výpočtů v jednoduchých slovních úlohách
c) Sčítání, odčítání, násobení, dělení přirozených čísel	c) Násobení a dělení přirozených čísel včetně výpočtů v jednoduchých slovních úlohách
d) Řešení problémových slovních úloh včetně těch, ve kterých se vyskytuje měření, počítání s penězi, jednoduchá úměrnost	d) Řešení problémových úloh zahrnujících lichá a sudá čísla, násobky a dělitele čísel, zaokrouhlování a provádění odhadů
e) Rozpoznání lichých a sudých čísel, rozpoznání násobků a dělitelů čísel	e) Kombinování dvou či více vlastností čísel nebo početních operací při řešení slovních úloh
2. Zlomky a desetinná čísla	**2. Zlomky a desetinná čísla**
a) Pochopení zlomku jako části celku nebo souboru, zápis zlomků na číselné ose, vyjádření zlomků slovně, číselně nebo modelem	a) Pochopení zlomku jako části celku nebo souboru, vyjádření zlomků slovně, číselně nebo modelem, porovnání, uspořádání, sčítání a odčítání jednoduchých zlomků
b) Porovnání a uspořádání jednoduchých zlomků, rozpoznání ekvivalentních zlomků, sčítání a odčítání jednoduchých zlomků	b) Porozumění řádům desetinných čísel, vyjádření desetinných čísel slovně, číselně nebo modelem, porovnání, uspořádání, zaokrouhlení, sčítání a odčítání desetinných čísel
c) Porozumění řádům desetinných čísel, vyjádření desetinných čísel slovně, číselně nebo modelem, porovnání, uspořádání, zaokrouhlení, sčítání a odčítání desetinných čísel	
3. Výrazy, jednoduché rovnice a vztahy	**3. Výrazy, jednoduché rovnice a vztahy**
a) Určení chybějícího čísla nebo znaménka v číselném zápisu	a) Určení chybějícího čísla nebo znaménka v číselném zápisu
b) Rozpoznání nebo zapsání výrazů vyjadřujících problémové situace, které mohou obsahovat neznámé	b) Rozpoznání nebo zapsání výrazů vyjadřujících problémové situace, které mohou obsahovat neznámé
c) Rozpoznání a užití vztahů v číselné řadě	c) Rozpoznání a užití vztahů v číselné řadě

B. Tematický okruh Geometrie a měření

1. Body, přímky, úhly	**1. Měření**
a) Měření a odhadování délek	a) Měření a odhadování délek, řešení problémových úloh týkajících se délky
b) Rozpoznání a sestrojení rovnoběžek a kolmic	b) Řešení problémových úloh týkajících se hmotnosti, objemu a času, používání jednotek
c) Rozpoznání, porovnání a narýsování různých typů úhlů	c) Řešení problémových úloh týkajících se obvodů, obsahů (včetně obsahů útvarů zakreslených ve čtvercové síti) a objemů těles vyplněných krychlemi
d) Používání neformálních soustav souřadnic k určení polohy bodů v rovině	
2. Útvary v rovině a v prostoru	**2. Geometrie**
a) Používání základních vlastností (včetně osové souměrnosti a otočení) k popsání a porovnání běžných geometrických útvarů v rovině a v prostoru	a) Používání základních vlastností (včetně osové souměrnosti a otočení) k popsání, porovnání a sestrojení běžných rovinných útvarů
b) Přiřazování těles a jejich zobrazení v rovině	b) Používání základních vlastností k popsání a porovnání těles, pochopení vztahů mezi tělesy a jejich zobrazením v rovině
c) Počítání obvodů mnohoúhelníků; počítání obsahů čtverců a obdélníků a odhad obsahů a objemů geometrických útvarů pokrýváním daným obrazcem nebo vyplňováním krychlemi	

C. Tematický okruh Data

1. Čtení, interpretace a znázornění dat	**1. Čtení, interpretace a znázornění dat**
a) Čtení, porovnání a znázornění dat z tabulek, čárových, sloupcových a kruhových diagramů	a) Čtení a interpretování dat z tabulek, čárových, sloupcových a kruhových diagramů
b) Používání dat k zodpovídání otázek, které vyžadují víc než pouhé čtení znázorněných dat	b) Uspořádání a znázornění dat v podobě, která pomůže odpovědět na položenou otázku
	2. Používání dat k řešení problémových úloh
	a) Používání dat k zodpovídání otázek, které vyžadují víc než pouhé čtení znázorněných dat

PŘÍLOHA 2 PŘEHLED PROMĚNNÝCH POUŽITÝCH V ANALÝZE

TIMSS 2015

[1] Po vyloučení žáků s učiteli bez magisterského vzdělání

Proměnná	Popis	Zdroj	Průměr[1]	Směrodatná odchylka[1]
ASMMAT01-05	Výsledek v matematice celkem (plausible values)	TIMSS	529,39	69,69
MAT_all	Výsledek v matematice celkem	vlastní výpočet	501,63	100,15
MAT_H	Výsledek v matematice na podsouboru H-úloh	vlastní výpočet	501,25	99,76
MAT_neH	Výsledek v matematice na podsouboru neH-úloh	vlastní výpočet	501,01	99,51
MAT_neut	Výsledek v matematice na podsouboru neutrálních úloh	vlastní výpočet	501,25	99,73
SES	Index sociálně ekonomického statusu	TIMSS (ASBGHRL)	10,52	1,42
PRENUMER	Předškolní počtářské dovednosti	TIMSS (ASBHENT)	9,50	1,65
OBLIBA_M	Obliba matematiky	vlastní výpočet	49,89	9,92
SEBEDUVERA_M	Sebedůvěra v matematice	vlastní výpočet	49,93	9,99
VNIMANI_U	Vnímaná podpora učitele a srozumitelnost výuky	vlastní výpočet	50,10	9,96
HEJNYMET	Používá Hejného metodu (1 = ano)	ČŠI – dodatečné dotazování	0,11	0,31
HEJNY_UC	Používá Hejného metodu i učebnice (1 = ano)	ČŠI – dodatečné dotazování	0,06	0,24
HEJNY_BEZ	Používá Hejného metodu, ale ne učebnice (1 = ano)	ČŠI – dodatečné dotazování	0,05	0,21
PRAXE	Délka (počet let) praxe učitele	TIMSS (ATBG01)	20,59	10,78
CHLAPEC	Pohlaví žáka (1 = chlapec)	TIMSS (ITSEX)	0,51	0,50

TIMSS 2019

Proměnná	Popis	Zdroj	Průměr	Směrodatná odchylka
ASMMAT01-05	Výsledek v matematice celkem (plausible values)	TIMSS	532,98	74,26
MAT_all	Výsledek v matematice celkem	vlastní výpočet	500,90	99,99
MAT_H	Výsledek v matematice na podsouboru H-úloh	vlastní výpočet	500,71	99,98
MAT_neH	Výsledek v matematice na podsouboru neH-úloh	vlastní výpočet	501,03	99,98
MAT_neut	Výsledek v matematice na podsouboru neutrálních úloh	vlastní výpočet	499,91	99,98
SES	Index sociálně ekonomického statusu	TIMSS (ASBGHRL)	10,78	1,40
PRENUMER	Předškolní počtářské dovednosti	TIMSS (ASBHENT)	9,48	1,74
OBLIBA_M	Obliba matematiky	vlastní výpočet	50,00	10,00
SEBEDUVERA_M	Sebedůvěra v matematice	vlastní výpočet	50,00	10,00
VNIMANI_U	Vnímaná podpora učitele a srozumitelnost výuky	vlastní výpočet	50,00	10,00
HEJNYMET	Používá Hejného metodu (1 = ano)	ČŠI – dodatečné dotazování	0,29	0,45
HEJNY_UC	Používá Hejného metodu i učebnice (1 = ano)	ČŠI – dodatečné dotazování	0,16	0,36
HEJNY_BEZ	Používá Hejného metodu, ale ne učebnice (1 = ano)	ČŠI – dodatečné dotazování	0,13	0,34
PRAXE	Délka (počet let) praxe učitele	TIMSS (ATBG01)	20,70	11,51
CHLAPEC	Pohlaví žáka (1 = chlapec)	TIMSS (ITSEX)	0,51	0,50

PŘEHLED NOVĚ VYTVOŘENÝCH KOMPOZITNÍCH PROMĚNNÝCH Z ŽÁKOVSKÝCH DOTAZNÍKŮ

Obliba matematiky

Proměnná byla vytvořena metodou konfirmační faktorové analýzy z devíti položek, které žáci posuzovali na čtyřbodové škále od 1 (rozhodně souhlasím) do 4 (rozhodně nesouhlasím). Položky byly překódovány tak, aby vyšší hodnoty znamenaly větší oblibu matematiky.

Znění položky	Název proměnné v databázi TIMSS	Zkrácené označení	Faktorová zátěž
Baví mě učit se matematiku	ASBM01A	enjoy	0,904
Nejraději bych se matematiku neučil/a	ASBM01B	notstudy	-0,591
Matematika je nudná	ASBM01C	boring	-0,751
V matematice se naučím mnoho zajímavého	ASBM01D	–	0,570
Matematiku mám rád/a	ASBM01E	like	0,930
Líbí se mi ve škole každá činnost, která se týká čísel	ASBM01F	–	0,772
Rád/a řeším matematické úlohy	ASBM01G	–	0,664
Těším se na hodiny matematiky	ASBM01H	lookforward	0,916
Matematika patří k mým oblíbeným předmětům	ASBM01I	favorite	0,885

Sebedůvěra v matematice

Proměnná byla vytvořena metodou konfirmační faktorové analýzy ze sedmi položek, které žáci posuzovali na čtyřbodové škále od 1 (rozhodně souhlasím) do 4 (rozhodně nesouhlasím). Položky byly překódovány tak, aby vyšší hodnoty znamenaly větší sebedůvěru v matematice.

Znění položky	Název proměnné v databázi TIMSS	Faktorová zátěž
Matematika mi většinou jde	ASBM03A	0,647
Matematika je pro mě těžší než pro spoustu mých spolužáků	ASBM03B	-0,729
Matematika mi moc nejde	ASBM03C	-0,791
Matematiku se učím rychle	ASBM03D	0,648
Z matematiky jsem nervózní	ASBM03E	-0,604
Matematika je pro mě těžší než ostatní předměty	ASBM03H	-0,783
Z matematiky jsem zmatený/zmatená	ASBM03I	-0,719

Vnímaná podpora učitele a srozumitelnost výuky

Proměnná byla vytvořena metodou konfirmační faktorové analýzy z deseti položek, které žáci posuzovali na čtyřbodové škále od 1 (rozhodně souhlasím) do 4 (rozhodně nesouhlasím). Položky byly překódovány tak, aby vyšší hodnoty znamenaly pozitivnější vnímání učitele.

Znění položky	Název proměnné v databázi TIMSS	Faktorová zátěž
Vím, co učitel chce, abych dělal/a	ASBM02A	0,473
Učitel vysvětluje srozumitelně	ASBM02B	0,738
Zajímá mě, co učitel říká	ASBM02C	0,640
Učitel mi dává zajímavé úkoly	ASBM02D	0,589
Učitel má na mé otázky srozumitelné odpovědi	ASBM02E	0,730
Učitel umí matematiku dobře vysvětlit	ASBM02F	0,756
Učitel mě nechává předvést, co jsem se naučil/a	ASBM02G	0,514
Učitel dělá různé věci, které nám pomáhají v učení	ASBM02H	0,743
Když udělám chybu, učitel mi poradí, jak se zlepšit	ASBM02I	0,683
Učitel poslouchá, co mu chci říct	ASBM02J	0,696

PŘÍLOHA 3 UKÁZKA ANALÝZY ODLIŠNÉHO FUNGOVÁNÍ NA VYBRANÝCH TESTOVÝCH ÚLOHÁCH

Zde uvádíme ukázku analýzy odlišného fungování položek, která je podrobněji popsána v části 2. 3. Odlišné fungování položky (zkráceně DIF z anglického *differential item functioning*) nastává v situaci, kdy žáci z různých sociálních skupin mají na danou položku (testovou úlohu) různou pravděpodobnost správné odpovědi, přestože jejich celková úroveň znalostí a dovedností je stejná. V této analýze porovnáváme skupinu žáků využívajících Hejného metodu se skupinou žáků, kteří nepoužívají Hejného metodu.

Pro ilustraci analýzy jsme vybrali jednu testovou úlohu, která funguje pro obě skupiny žáků stejně, a tři úlohy, u nichž bylo detekováno odlišné fungování. V první dosahují při stejné úrovni matematických znalostí a dovedností významně lepších výsledků žáci vyučovaní Hejného metodou, v druhé žáci, kteří Hejného metodu nepoužívají, a v třetí má u slabších žáků vyšší pravděpodobnost správné odpovědi NeHejného skupina, ale u lepších žáků Hejného skupina (tzv. neuniformní DIF).

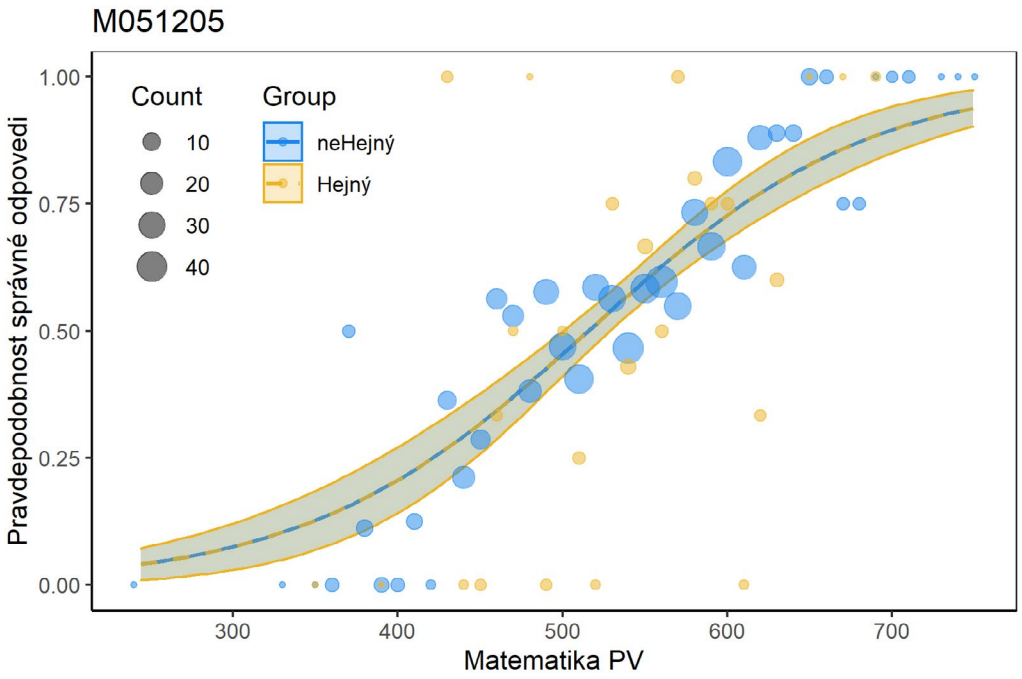
Pro tyto čtyři testové úlohy uvádíme grafy, na nichž jsou zobrazeny křivky vyjadřující pravděpodobnost správné odpovědi (svislá osa) v závislosti na celkové úrovni matematických znalostí a dovedností (vodorovná osa). Úroveň matematických znalostí a dovedností je zde vyjádřena prostřednictvím první *plausible value* z mezinárodní databáze TIMSS. Žlutá křivka reprezentuje žáky vyučované Hejného metodou, modrá křivka žáky, kteří Hejného metodu nepoužívají. Pásy podél křivek představují 95% intervaly spolehlivosti, tj. rozmezí, ve kterém by se s 95% pravděpodobností nacházela hodnota pravděpodobnosti správné odpovědi, kdybychom testovou úlohu zadávali všem žákům 4. ročníku (nejen těm, kteří byli vybráni pro testování a danou úlohu řešili). Pro skupinu žáků s Hejného metodou jsou pásy širší, protože jejich hodnoty měříme kvůli malému počtu těchto žáků s mnohem větší mírou nepřesnosti.

UKÁZKA 1 POLOŽKA BEZ DIF (ÚLOHA M051205)

Zadání: 4 809 – 532 =

Popis: Tato početní úloha ověřuje, zda žáci umí odečíst dvě přirozená čísla. Úloha se ukázala být poměrně obtížná, správné řešení uvedlo 58 % českých žáků. Obtížnost úlohy mohla zvyšovat otevřená forma zadání (žáci nevybírali odpověď z nabídky, ale museli sami napsat výsledek), ale zřejmě i způsob zadání. Ačkoli mohli výpočet provést písemně pod sebe, zadání úlohy možná v některých žácích vyvolávalo představu, že je požadován výpočet zpaměti (podrobnější rozbor úlohy lze najít v publikaci s uvolněnými úlohami TIMSS od Janouškové et al., 2019). Tato testová položka je typickým příkladem početní úlohy, kde by měli mít žáci vyučovaní Hejného metodou horší úspěšnost (také podle expertního posouzení byla úloha zařazena mezi neH-úlohy). Analýza odlišného fungování však tento předpoklad nepotvrdila. Křivka znázorňující pravděpodobnost správné odpovědi v závislosti na celkové úrovni matematických znalostí a dovedností má pro žáky, kteří používali Hejného metodu, stejný průběh jako pro ty, kteří ji nepoužívali (žlutá a modrá křivka se překrývají).

OBRÁZEK P.1 Ukázka testové úlohy bez DIF



UKÁZKA 2 POLOŽKA S UNIFORMNÍM DIF VE PROSPĚCH HEJNÉHO SKUPINY (ÚLOHA M061050)

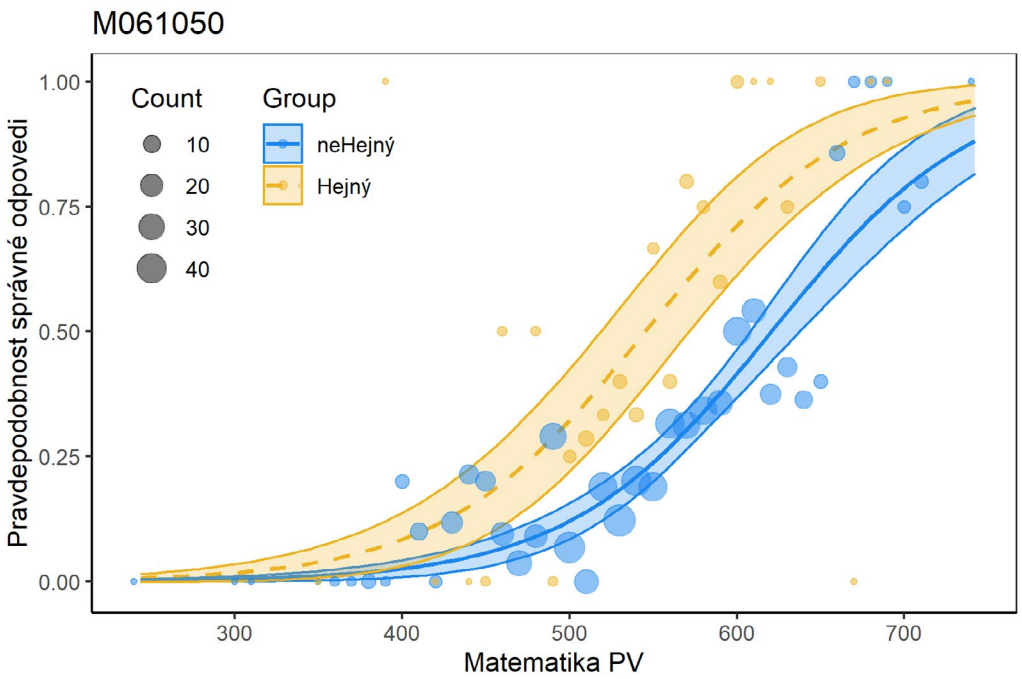
Zadání: Pro kterou hodnotu Δ bude zápis pravdivý?

$6 + 15 = \Delta + 10$

A 11
B 21
C 25
D 31

Popis: Úloha ověřuje, zda žáci správně chápou pojem rovnost. Úloha byla pro české žáky velmi obtížná, správně odpovědělo jen 27 % žáků. Zhruba dvakrát tolik jich vybralo nesprávnou odpověď D, která naznačuje, že nepochopili úlohu jako rovnici, ale počítali postupně 6 + 15 = 21 + 10 = 31 (více viz Janoušková et al., 2019). Úloha byla expertně posouzena jako H-úloha a také analýza odlišného fungování ukázala, že žáci vyučovaní Hejného metodou mají vyšší pravděpodobnost správné odpovědi než žáci, kteří Hejného metodu nepoužívají, a to pro všechny úrovně celkových matematických znalostí a dovedností. Například žák vyučovaný Hejného metodou, který dosáhl 600 bodů (tedy je v matematice nadprůměrný), má pravděpodobnost správné odpovědi asi 75 %, kdežto stejně schopný žák, který nepoužívá Hejného metodu, jen necelých 50 %. Podobný průběh obou křivek byl zaznamenán také v dalších třech úlohách zaměřených na určení chybějícího čísla, popř. chybějícího znaménka v číselném zápisu. Data TIMSS tak částečně naznačují, že Hejného výuka by mohla podporovat lepší porozumění matematické rovnosti, jejíž chápání je pro žáky 4. ročníku ještě poměrně náročné. Jednoznačně to však data TIMSS neprokazují, protože v obou analyzovaných testech (TIMSS 2015 i TIMSS 2019) se zároveň vyskytovaly jiné úlohy tohoto typu, které fungovaly pro obě skupiny žáků stejně (nebyl v nich detekován DIF).

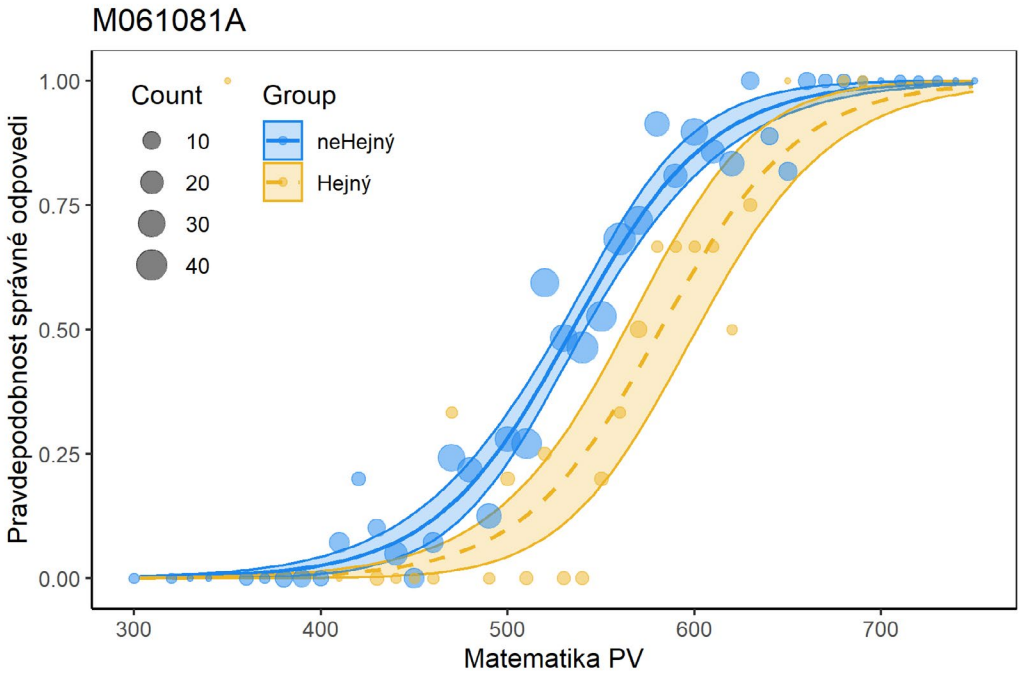
OBRÁZEK P.2 Ukázka testové úlohy s uniformním DIF ve prospěch Hejného skupiny



UKÁZKA 3 POLOŽKA S UNIFORMNÍM DIF VE PROSPĚCH NEHEJNÉHO SKUPINY (ÚLOHA M061081A)

Popis: Jedná se o nezveřejněnou úlohu z tematického okruhu *geometrie a měření*, která ověřuje, zda žák dokáže zkonstruovat rovnoběžku k přímce procházející určitým bodem. Správnou odpověď uvedla asi polovina českých žáků, což bylo více než v mezinárodním průměru. U žáků vyučovaných Hejného metodou pozorujeme nižší pravděpodobnost správné odpovědi než u zbývajících žáků. Také někteří kritici Hejného metody zmiňují, že tito žáci mají problémy s rýsováním (Pokorný, 2018). Testy TIMSS obsahovaly celkem pět konstrukčních úloh, z toho čtyři (včetně úlohy v této ukázce) byly použity opakovaně v obou letech. DIF byl detekován ve dvou z nich a pouze v této opakovaně. Druhá konstrukční úloha s odlišným fungováním po žácích požadovala narýsování úhlu většího než pravý a byl v ní detekován neuniformní DIF. V ostatních konstrukčních úlohách se odlišné fungování nepotvrdilo. Analýza odlišného fungování tedy jednoznačně nepotvrzuje, že žáci vyučovaní Hejného metodou mají problémy s rýsováním. Je však třeba vzít v úvahu, že testy TIMSS nejsou k ověřování konstrukčních dovedností žáků příliš vhodné, protože obsahují jen malý počet konstrukčních úloh úzce zaměřených pouze na konstrukci přímek nebo úhlů.

OBRÁZEK P.3 Ukázka testové úlohy s uniformním DIF ve prospěch NeHejného skupiny



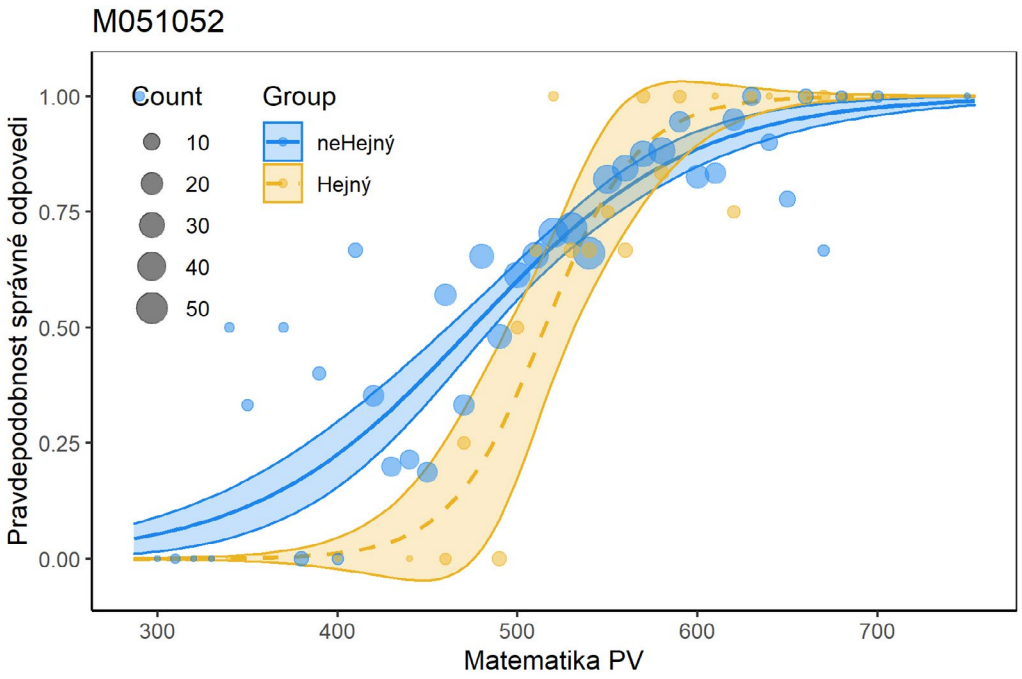
UKÁZKA 4 POLOŽKA S NEUNIFORMNÍM DIF (ÚLOHA M051052)

Zadání: Které číslo se nejvíce blíží číslu 5341?

A 5000
B 5300
C 5350
D 5400

Popis: Pro ilustraci neuniformního DIF jsme vybrali úlohu, kterou expertka hodnotila jako neutrální. Úloha se týká tématu porovnávání, uspořádání a zaokrouhlování přirozených čísel a je to položka s výběrem odpovědi. Správnou odpověď vybralo 66 % českých žáků, přibližně stejně jako v mezinárodním průměru. Z grafu je vidět, že mezi slabšími žáky mají vyšší pravděpodobnost správné odpovědi žáci bez Hejného metody, naopak mezi lepšími žáky je patrná tendence k vyšší úspěšnosti žáků s Hejného metodou. Tato ukázka je ilustračním příkladem situace, kdy se Hejného metoda jeví jako méně vhodná pro slabší žáky, podobná situace však byla identifikována pouze v ojedinělých případech malého počtu testových úloh s tzv. neuniformním DIF a nelze ji považovat za obecně platnou.

OBRÁZEK P.4 Ukázka testové úlohy s neuniformním DIF



PEDAGOGICKÁ FAKULTA
Ústav výzkumu a rozvoje vzdělávání
Univerzita Karlova

ÚSTAV VÝZKUMU A ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ STUDIE 01/2021

Hejného metoda výuky matematiky v mezinárodním výzkumu TIMSS (závěrečná zpráva březen 2022)

DĚKUJEME NAŠIM PARTNERŮM

NADACE České spořitelny

Tato zpráva je výstupem projektu Hejného metoda výuky matematiky v mezinárodním výzkumu TIMSS podpořeného Nadací České spořitelny. Zpráva byla vytvářena ve dvou krocích. Nejdříve byly zpracovány analýzy na datech TIMSS 2015, které byly prezentovány interně pro Nadaci ČS v září 2020. Následně po zveřejnění dat z výzkumu TIMSS 2019 (v lednu 2021) byly provedeny analýzy na těchto datech a zjištění komparována napříč šetřeními, což zvyšuje robustnost zjištění platných na obou souborech. Zveřejněné úlohy z výzkumu TIMSS 2019 navíc přispěly k možnosti expertního posouzeni většího množství matematických úloh a k přesnějšímu přepočítání některých výsledků z roku 2015.

https://pedf.cuni.cz/